



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
AUTORIZADA PELO DECRETO FEDERAL Nº 77.496 DE 27-04-1976
Reconhecida pela Portaria Ministerial Nº 874/96 DE 19-12-86

ALAN RODRIGUES SILVA

**ECONOFÍSICA: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO
DE PRODUÇÃO E O PIB**

Feira de Santana

2018



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
AUTORIZADA PELO DECRETO FEDERAL Nº 77.496 DE 27-04-1976
Reconhecida pela Portaria Ministerial Nº 874/96 DE 19-12-86

COLEGIADO DO CURSO DE FÍSICA - COLFIS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ALAN RODRIGUES SILVA

**ECONOFÍSICA: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO
DE PRODUÇÃO E O PIB**

Monografia apresentada à Universidade Estadual
de Feira de Santana como requisito parcial para a
obtenção do título de Licenciatura em Física.

Orientador: Milton Souza Ribeiro

Feira de Santana
2018

ALAN RODRIGUES SILVA

**ECONOFÍSICA: BREVES CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO
DE PRODUÇÃO E O PIB**

Monografia submetida à Comissão Examinadora designada pelo Curso de Graduação em Física como requisito para obtenção do grau de Licenciatura em Física.

Feira de Santana, ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof.Dr. Milton de Souza Ribeiro
Departamento de Física UEFS

Prof. Dr. Jean Carlos Lessa
Departamento de Física UEFS

Prof. Dr. José Garcia Vivas Miranda
Instituto de Física-UFBA

Feira de Santana
2018

“Para realizar grandes conquistas, devemos não apenas agir, mas também sonhar; não apenas planejar, mas também acreditar”.

(Anatole France)

AGRADECIMENTOS

Neste momento final da graduação, agradeço em primeiro lugar a Deus, pela vida, saúde e conquistas realizadas.

Gostaria de agradecer aos meus pais, Agenor Henrique e Maria Eunice, pelo apoio psicológico e financeiro durante esta longa jornada que trilhei.

Agradeço também a todos os meus professores da graduação, como também aos professores que faziam parte do grupo de estudos da Econofísica por terem contribuído para esta monografia e em especial ao meu orientador Miltão, não somente pelos momentos de orientação como também pela paciência e incentivo.

RESUMO

A Econofísica é uma área supradisciplinar que aborda os modelos da Física aplicados à Economia. A utilização dos modelos da Física e da Econometria, em particular, aqueles derivados da Mecânica Estatística, Termodinâmica e de Séries Temporais, possibilitam fazer respectivamente análise dos efeitos da utilização da Energia no processo de produção como também da análise de indicadores da atividade econômica. Neste estudo faremos uma abordagem introdutória da Economia, bem como das origens da Econofísica. Na perspectiva da importância da utilização da energia na produção de bens e serviços, faremos considerações no que diz respeito a sua melhor utilização, a partir de um modelo simplificado e atual do sistema produtivo econômico. Além disso, em virtude da importância do PIB e da taxa de câmbio para a Economia, também faremos uma breve análise do comportamento das variações anuais do PIB do Brasil e do município de Feira de Santana, juntamente com as variações anuais da taxa de câmbio no período compreendido entre – 1999 a 2007.

Palavras-chaves: Econofísica; Séries Temporais; PIB; Taxa de câmbio.

ABSTRACT

The Econophysics is a supra-discipliner area that covers the models of Physics applied to Economy. The use of models of Physics and Econometric, in private, that's derived of Statistical Mechanics, Thermodynamics and Time Series, respectively to allow analysis of the effects of using energy in the production process as well as the of indicators of economic activity. In this study, we will make an introductory approach to the Economy, as well as the origins of Econophysics. In view of the importance of energy use in the production of goods and services, we make considerations regarding its best use, from a simplified and current model of economic productive system. Also because of the importance of PIB and the exchange rate for the Economy, we will conduct a brief analysis of the annual variations of Brazil and municipality of Feira de Santana PIB, along with the annual fluctuations in the exchange rate in the period between – 1999 to 2007.

Keywords: Econophysics; Time Series; PIB; Exchange rate.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS

RESUMO

ABSTRACT

INTRODUÇÃO	1
Capítulo 1 – ECONOMIA	3
1.1 – Breve Introdução.....	3
1.2 – Microeconomia	5
1.2.1 – Demanda.....	5
1.2.2 - Oferta	6
1.3 - Macroeconomia	6
1.3.1 - Produto Interno Bruto (PIB)	6
1.3.2 - Inflação	8
1.4 - Mercado Financeiro	8
1.4.1 - Câmbio.....	8
1.4.2 - Mercado de câmbio.....	9
1.4.3 - Taxa de câmbio real e nominal	10
Capítulo 2 – ECONOFÍSICA	12
2.1 – Considerações Iniciais	12
2.2 – Breve Histórico	13
Capítulo 3 – TERMODINÂMICA E MECÂNICA ESTATÍSTICA	15
3.1 - Introdução.....	15
3.2 - Termodinâmica.....	15
3.2.1 – Descrição Geral	15
3.2.2 – Conceitos Básicos da Termodinâmica	16
3.2.3 - Leis da Termodinâmica.....	18
3.2.3.1 - Primeira lei da Termodinâmica	18
3.2.3.2 - Segunda lei da Termodinâmica	18
3.2.4 - Entropia.....	20
3.3 – Mecânica Estatística.....	21
3.3.1 – Descrição Geral	21
3.3.2 – Conceitos Básicos da Mecânica Estatística.....	24

3.3.3 – Leis da Mecânica Estatística	29
Capítulo 4 – ECONOMETRIA	31
4.1 - Breve Introdução	31
4.2 - Modelo de Regressão Linear	31
4.2.1 – Os Pressupostos do Modelo	32
4.2.2 – Estimação dos Parâmetros.....	33
4.3 – Autocorrelação	34
4.3.1 – Verificando a Autocorrelação	34
4.3.2 – Erro em um processo AR (1).....	35
4.4 – Princípio dos Mínimos Quadrados Generalizados.....	35
4.4.1 – Transformadas do Modelo	35
4.4.2 – Determinação do Parâmetro Autorregressivo	37
4.5 – Séries Temporais.....	38
4.5.1 - Séries Temporais Estacionárias	39
4.5.2 - Séries Temporais não estacionárias	39
Capítulo 5 - APLICAÇÕES.....	41
5.1 Processo de Produção	41
5.2 – Breve análise do PIB e da taxa de câmbio no período de – 1999 a 2007	43
5.2.1 - Comportamento das variações anuais da taxa de câmbio nominal.....	43
5.2.2 - Comportamento das variações anuais do PIB nacional à preços correntes	46
5.3.1 - Comportamento das variações anuais do PIB do município de Feira de Santana à preços correntes.....	49
CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
BIBLIOGRAFIA	53

INTRODUÇÃO

A utilização da energia no processo de produção de bens e serviços vem ganhando, cada vez mais, importância dentro de alguns modelos econômicos. Esses modelos fazem referência a parâmetros energéticos como: intensidade energética e custo da energia.

Com isso e com a necessidade de uma produção de modo mais eficiente, cabe uma breve análise do sistema produtivo a partir de uma abordagem da Física, bem como, da importância do Produto Interno Bruto (PIB) e da taxa de câmbio para a economia. Neste trabalho também abordaremos o comportamento das variações anuais do PIB e de seus agregados tanto no nível nacional, quanto no nível municipal em particular, do município de Feira de Santana. Essa abordagem é feita, juntamente com a taxa de câmbio (R\$/US\$) e com a utilização de conhecimentos da Econometria, com objetivo de verificarmos a relação dessa taxa de câmbio com os componentes do PIB e conseqüentemente com o mesmo.

No capítulo 1 faremos uma breve abordagem da economia, com destaque para o estudo das leis que ditam o comportamento individual dos agentes econômicos, como também para o estudo dos agregados nacionais tais como: política fiscal e monetária, inflação, balança de pagamentos, mercado financeiro, em particular o câmbio, taxas de câmbio e os regimes cambiais.

No capítulo 2 temos uma introdução das origens da Econofísica, ou seja, o que é e qual a sua utilização como uma área supradisciplinar. Além disso, temos também um breve histórico do uso da Física na Economia.

No capítulo 3 por sua vez, a abordagem fica por conta da Termodinâmica e da Mecânica Estatística. Nesta abordagem teórica, destacamos um pouco da história do seu desenvolvimento, os seus conceitos básicos, como também suas leis.

No capítulo 4, dentro dos conhecimentos da Econometria, faremos uma breve abordagem das regressões de séries temporais estacionárias e não estacionárias, em virtude não somente da análise em que aqui se propõem como também em virtude da sua utilização no estudo do comportamento das economias nacional e internacional. Assim, para a maioria dos problemas da economia não é suficiente saber que certas variáveis econômicas são inter-relacionadas, mas devemos entender as grandezas que estão envolvidas, ou seja, quanto uma mudança em uma variável afeta a outra.

No capítulo 5, faremos uma breve aplicação da Termodinâmica na economia, em particular na economia de produção a partir de um modelo simplificado do sistema produtivo dentro da produção de bens e serviços, como também uma breve análise do comportamento das variações anuais do PIB nacional e do município de Feira de Santana juntamente com a taxa de câmbio nominal ao longo de uma série histórica utilizando métodos econométricos.

Capítulo 1 –ECONOMIA

1.1 –Breve Introdução

Como sabemos, a Economia é um Campo do Saber importante, não só do ponto de vista político, mas também social. Não são desconhecidas as consequências das ações econômicas no cenário nacional e internacional, o que demonstra a importância de compreensão desse Campo do Saber. Particularmente, compreender suas relações com os demais Campos do Saber, no nosso caso, a Física.

Dos grandes temas de que se ocupa a Economia destacamos:

- **Escassez.** A escassa disponibilidade de recursos para os processos produtivos. Sua conformação. Seus custos. Sua exaustão ou capacidade de renovação;
- **Emprego.** O emprego dos recursos. O desemprego, suas causas e consequências;
- **Agentes.** Como se comportam os agentes econômicos. Em que conflitos de interesse se envolvem;
- **Moeda.** Razões das variações de seu valor;
- **Mercados.** A procura, a oferta, as funções e imperfeições dos mercados;
- **Concorrência.** Diferentes estruturas concorrenciais: da concorrência perfeita ao monopólio;
- **Agregados.** As grandes categorias da Contabilidade Social, como o Produto Interno Bruto e a Renda Nacional;
- **Crescimento.** A expansão da Economia como um todo. Crescimento e desenvolvimento.

Ciência Econômica, ou simplesmente Economia, estuda as atividades econômicas cujas operações envolvem o emprego de moeda e a troca entre indivíduos, empresas e órgãos públicos. Ela enfoca, de um lado, o comportamento das empresas, que procuram produzir de modo mais eficiente, reduzindo custos, sem perder qualidade, a fim de obter os melhores resultados, ou lucro. De outro lado, ela avalia o comportamento dos consumidores, tendo em vista os preços, a renda de que dispõem e a oferta de bens e serviços no mercado.

Nesse sentido, podemos definir o Campo do Saber da Economia como o estudo dos fluxos e meios da alocação de recursos para atingir determinado fim na sociedade. Portanto, é o conjunto sistemático de conhecimentos científicos que objetivam estabelecer o emprego de recursos e as trocadas entre indivíduos e grupos sociais nas diferentes sociedades.

A Economia moderna pode ser dividida em: Economia Descritiva, Teoria Econômica e Economia Aplicada ou Política Econômica (ROSSETTI, 1997).

A **Economia Descritiva** estuda as observações sistematizadas do mundo real, descrição e mensuração de fatos econômicos, ou seja, estuda os fatos particularizados, sem lançar mão de análise teórica, como por exemplo, os estudos sobre a indústria de Feira de Santana (SANTOS, 2008).

A **Teoria Econômica** analisa o funcionamento de um sistema econômico utilizando um conjunto de suposições e hipóteses acerca do mundo real, procurando obter leis que as regulam.

A **Economia Aplicada**, por sua vez, utiliza a estrutura geral de análise fornecida pela teoria econômica para explicar as causas e o sentido das ocorrências relatadas pela Economia Descritiva.

O deslocamento dos diferentes segmentos, ou divisões da Economia, fundamenta-se na divisão usual entre **microeconomia** e **macroeconomia** (ROSSETTI, 1997).

A **Microeconomia**, ou abordagem individual da Economia, trata do comportamento das firmas e dos indivíduos ou famílias, preocupando-se com a formação dos preços e o funcionamento do mercado de cada produto individual. Ela está voltada principalmente para:

- As unidades individualizadas da Economia, como consumidor e empresa, consideradas isoladamente ou em agrupamentos homogêneos;
- O comportamento do consumidor: a busca da satisfação máxima (dada a sua restrição orçamentária) e outras motivações;
- O comportamento da empresa: a busca do lucro máximo (dadas as estruturas de custos e a atuação da concorrência) e outras motivações.

A **Macroeconomia** ou abordagem global da Economia, estuda o funcionamento do conjunto da Economia de um país, envolvendo o nível geral dos preços, formação da renda nacional, mudanças na taxa de desemprego, taxa de câmbio, balança de pagamentos, etc. Ela está voltada principalmente para:

- Os agregados macroeconômicos, resultantes de mensurações globais, de que são exemplos o Produto Interno Bruto e a Renda Nacional;
- Medidas de tendência central, como taxas de juros e de câmbio, bem como as influências sobre o desempenho da Economia como um todo;
- O crescimento e o desenvolvimento das economias nacionais. A determinação de seus principais fatores condicionantes.

1.2–Microeconomia

1.2.1– Demanda

A Economia de mercado gira em torno das trocas entre pessoas ou famílias, que compram bens e serviços de empresas, que utilizam os vários itens necessários à produção, e que produzem os bens e serviços e os vendem.

A procura, ou demanda individual, é a quantidade de determinado bem ou serviço que o consumidor deseja adquirir em certo período de tempo. Esta procura ou desejo de adquirir é influenciada pelas seguintes variáveis:

- Preço do bem,
- Renda do consumidor,
- Preços dos outros bens,
- Gosto ou preferência do indivíduo.

Em linguagem matemática, a quantidade de bens e serviços que se pretende adquirir é expressa pela relação:

$$D_x = f(P_x, P_1, P_2 \dots P_{n-1}, R, G) ,(1)$$

onde D_x representa a demanda do bem x , P_x representa o preço do bem x , P_i representa o preço dos outros bens, $i = 1, 2, \dots n-1$, R representa a renda e G as preferências.

Para estudar a influência de cada fator sobre a procura podemos fazer uma simplificação que consiste em considerar cada efeito, cada variável, separadamente. Desse modo, podemos apresentar qualitativamente as relações entre a quantidade demandada e suas variáveis onde teremos:

- Relação entre quantidade demandada e o preço do bem (normalmente tem-se uma relação inversa entre o preço do bem e a quantidade demandada);
- Relação entre a procura de um bem e o preço dos outros bens (não há uma relação geral: o aumento do preço do bem i poderá aumentar ou reduzir a demanda do bem x);
- Relação entre a procura de um bem e a renda do consumidor (existe em geral uma relação crescente e direta entre a renda e a demanda de um bem ou serviço);
- Relação entre a procura do bem e o gosto do consumidor.

1.2.2 - Oferta

A oferta é a quantidade de um bem ou serviço que produtores desejam vender por unidade de tempo. Assim como a demanda, a oferta de um bem depende de inúmeros fatores como:

- Preço do bem,
- Tecnologia,
- O preço dos fatores de produção.

Em linguagem matemática, a quantidade ofertada ou quantidade de bens e serviços que se pretende vender é dada pela seguinte relação:

$$Q_x = f(P_x, P_1 \dots P_{n-1}, F_1, F_2, \dots F_m, T), (2)$$

onde, Q_x representa a quantidade ofertada do bem x , P_x representa o preço do bem x , P_i representa o preço do bem i , $i = 1, 2 \dots n - 1$, F_j representa o preço dos fatores de produção, $j = 1, 2 \dots m$ e T representa a tecnologia, respectivamente.

Admitindo-se que a oferta de um bem depende do preço, surge então uma relação direta entre o preço e a quantidade ofertada de um bem, de modo que as variáveis como fatores de produção a tecnologia e o preço do bem promovem mudanças nessa relação.

1.3 - Macroeconomia

1.3.1 - Produto Interno Bruto (PIB)

O PIB é um dos indicadores utilizados para avaliar o desempenho da Economia, indicando o sucesso alcançado pelas economias na obtenção dos seus objetivos de política econômica.

Segundo Mochón (2006, p.151), o PIB é “o valor monetário total dos bens e serviços finais produzidos para o mercado dentro de determinado período de tempo, dentro das fronteiras de um país”. O cálculo desse indicador macroeconômico pode ser feito por dois métodos: pelo **método do dispêndio** ou pelo **método dos custos**. Porém nesse trabalho será abordado apenas o primeiro, por ser considerado o mais importante.

Ao calcular o PIB pelo método do dispêndio, divide-se a produção em quatro categorias, segundo o grupo da economia que adquire. São estas as quatro categorias:

- Consumo (C) – despesa das famílias em bens e serviços, incluindo despesas com bens duráveis e bens não duráveis;
- Investimentos (I) – é a compra de bens que serão usados no futuro para produzir mais bens e serviços como imóveis, equipamentos e construção residencial;
- Compras do Governo (G) – incluem as despesas em bens e serviços dos governos locais, estaduais e federal. Isso inclui os salários dos funcionários dos governos e as despesas em obras públicas;
- Exportações líquidas ($NX = (X - M)$) – representa os gastos, ou seja, as compras por parte dos estrangeiros, de bens e serviços produzidos internamente (exportações) menos as compras de bens estrangeiros (importações).

A soma de todos os gastos em bens e serviços que cada tipo de usuário final realiza, as famílias, as empresas, o setor público e o mercado externo constituem-se no PIB, isto é:

$$PIB = C + I + G + X - M . \quad (3)$$

O crescimento do PIB indica que o país está ampliando sua capacidade produtiva, de consumo e de exportação e, portanto, gerando um maior volume de atividade econômica. O crescimento desse indicador é de grande interesse para os investidores que estão comprando ações de uma empresa inserida nesse cenário, já que a ampliação da atividade econômica representa maior possibilidade de efetuar negócios para essa empresa, e, portanto, maior probabilidade de obter lucro.

De forma análoga, quando o PIB cai, representa uma redução na capacidade de produzir e efetuar negócios implicando em uma diminuição da atividade econômica do país, em particular, da empresa inserida nesse cenário.

Por ser o principal indicador de atividade econômica, as projeções do PIB afetam diretamente a expectativa futura de consumo por bens e serviços, tornando-se importante monitorar os fatores que influenciam o PIB, como a demanda interna, câmbio e taxa de juros, que por sua vez têm influência sobre a demanda. O PIB de países que mantêm relações comerciais com o Brasil também é importante, uma vez que as expectativas que recaem sobre eles irão compor as expectativas sobre os resultados das empresas exportadoras no Brasil.

1.3.2 - Inflação

A inflação é caracterizada pela contínua, persistente e generalizada expansão dos preços, depreciação do valor da moeda, reduzindo o poder aquisitivo da mesma. A inflação é classificada de acordo com seus fatores causais, podendo ser do tipo:

- Inflação de demanda (aquela que diz respeito ao excesso de demanda frente à oferta de bens e serviços causados pelo excesso de moeda no mercado);
- Inflação de custos (o nível de demanda permanece o mesmo, mas o custo de insumos importantes aumenta e é repassado aos preços dos produtos).

As consequências da inflação estão associadas à intensidade do processo. As inflações intensas são aquelas situadas acima dos limites de tolerância, trazendo enormes consequências ao sistema econômico. Dentre as quais:

- Sobre o crédito, podendo provocar distorções no mercado, sobretudo quanto a alta dos preços;
- Sobre a balança internacional de pagamentos, provocando uma desvalorização da taxa de câmbio, podendo encorajar as importações e desestimular as atividades de exportação, resultando em um desequilíbrio da balança internacional de pagamentos, bem como os níveis globais de emprego da economia;
- Sobre os investimentos produtivos, provocando um gradativo desvio de recurso que poderiam ser aplicados em atividades produtivas, como também a destruição das previsões financeiras das empresas, contribuindo para a redução da expansão possível do emprego.

De acordo com Rossetti (1977, p.239),“*o impacto dessas consequências tem caracterizado a inflação como um dos mais graves problemas econômicos das nações*”.

1.4 - Mercado Financeiro

1.4.1 - Câmbio

É uma operação financeira caracterizada pela troca da moeda de um país pela moeda de outro, sendo este um elemento do sistema monetário internacional com o objetivo de facilitar as trocas entre países. Essa troca ou negociação de moeda estrangeira, em virtude da internacionalização da moeda, é dividida nos que produzem divisas (moeda estrangeira) e nos que recebem divisas.

Os que produzem ou ofertam divisas são: os exportadores, uma vez que as moedas recebidas pelas vendas externas têm de ser trocadas por moeda nacional, e os turistas estrangeiros.

Os que recebem ou demandam divisas são: os importadores, uma vez que necessitam de moeda estrangeira para pagar suas compras realizadas no exterior e os que fazem transferências para o exterior. O controle da movimentação de divisa é feito pelo Banco Central.

O câmbio, por ser um fator importante para que os países negociem suas mercadorias ou serviços entre si, são de vários tipos, dentre os quais, destacaremos: câmbio manual, câmbio múltiplo e câmbio oficial.

Entende-se por câmbio manual aquele onde se trocam fisicamente moedas de um país pelas de outro, como por exemplo, reais (moeda Brasil) por dólar dos Estados Unidos. Tal operação só é permitida para quem viaja ao exterior seja para lazer (turismo) ou para negócios.

O câmbio múltiplo funciona de tal forma que as taxas variam de acordo com a destinação do uso da moeda estrangeira. Nesse sistema, as exportações são privilegiadas diante das importações, pois se tem a intenção de proteger a economia nacional.

O câmbio oficial é aquele no qual a taxa de conversão é fixada pelo governo, entre a moeda nacional e a de outros países.

1.4.2 - Mercado de câmbio

Nesse mercado, compradores e vendedores de bens e serviços ou recursos estabelecem contratos e realizam transações. As operações de compra e venda de moedas estrangeiras, cujas transações determinam as oscilações diárias dessas moedas, normalmente são de curto prazo e as instituições que nele atuam são: bancos comerciais, as empresas que se envolvem no comércio internacional, as instituições financeiras não bancárias, como também os compradores de seguros e os bancos centrais.

A estrutura do Mercado de Câmbio no Brasil está oficialmente dividida em: Mercado de Câmbio de Taxas Livres (Dólar comercial) destinado às operações de câmbio que vão desde as operações de exportação e importação a operações financeiras de empréstimos e investimentos externos e o Mercado de Câmbio de Taxas Flutuantes (Dólar Flutuante) destinado às operações de compra e venda de câmbio a clientes e outras operações entre instituições financeiras como definidas pelo Banco Central (BC).

No que diz respeito às Operações de Câmbio, são basicamente a troca (conversão) da moeda de um país pela de outro. Essa relação de troca pode ser classificada como: compra, recebimento da moeda estrangeira contra entrega da moeda nacional, venda, entrega da moeda estrangeira contra o recebimento de moeda nacional e a arbitragem, entrega da moeda estrangeira como recebimento de outras moedas estrangeiras. As necessidades destas conversões podem surgir em função da exportação, importação e das transferências.

1.4.3- Taxa de câmbio real e nominal

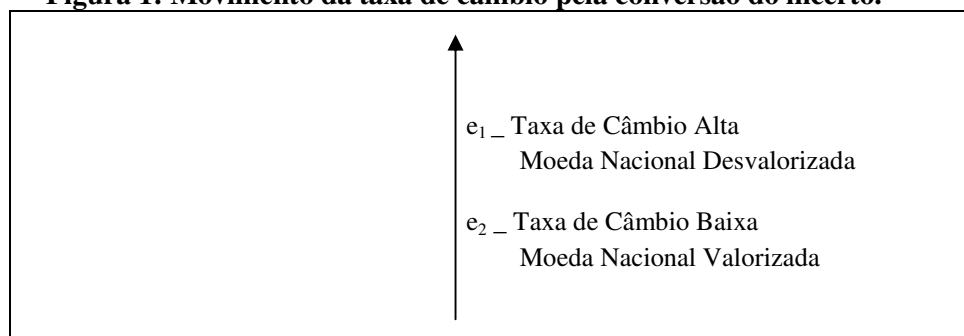
O preço dos bens e serviços é uma das variáveis econômicas mais importantes para a tomada de decisão dos agentes econômicos. Nas relações econômicas internacionais, de economia aberta, cada país tem sua própria moeda, isto é, os preços de bens e serviços são fixados em diferentes moedas.

A taxa de câmbio é a variável econômica que faz a ligação entre os preços expressos em diferentes moedas, ou seja, é a relação de valor entre duas moedas correspondendo ao preço da moeda de um determinado país em relação à outra de outro país.

No mercado internacional, a taxa de câmbio exerce um papel fundamental, pois ela permite a comparação entre preços de bens e serviços produzidos nos mais diferentes países. Desta forma, os agentes econômicos a utilizam para traduzir os preços externos em termos de moeda nacional.

Existem dois tipos de cotações em que a taxa de câmbio pode ser expressa, a chamada convenção do certo e do incerto. A convenção do certo é aquela em que a moeda nacional não varia em relação, ou seja, a moeda nacional é cotada em relação à estrangeira. Já a convenção do incerto é o contrário, onde quem varia é a moeda nacional ou a moeda estrangeira cotada em moeda nacional. Os EUA e a Inglaterra adotam a convenção do certo para expressarem suas taxas de câmbio, já o Brasil utiliza a convenção do incerto, Figura 1.

Figura 1: Movimento da taxa de câmbio pela conversão do incerto.



Fonte: (MONTELLA, 2004)

No mercado de câmbio, troca-se moeda nacional pelas moedas dos países, com os quais se mantêm relações econômicas originando um conjunto de ofertas e demandas de moeda nacional em troca da moeda estrangeira, em particular, a moeda norte americana. Essa taxa de câmbio corresponde ao preço relativo de uma moeda em relação à outra expressa pela seguinte relação:

$$P(R\$) = q \cdot P(US\$), \quad (4)$$

onde, respectivamente $P(R\$)$ representa o preço de um bem ou serviço em reais, q representa a taxa de câmbio nominal e $P(US\$)$ representa o preço de um bem ou serviço em dólares.

A Equação (4) nos fornece quantas unidades da nossa moeda necessitamos para adquirir uma unidade da moeda estrangeira, sendo esta a taxa de câmbio nominal ou simplesmente taxa de câmbio.

Na evolução dos preços de bens e serviços no Brasil e no país estrangeiro, ou seja, quando consideramos a inflação doméstica e a inflação do país estrangeiro, estamos lidando com o conceito de taxa de câmbio real representada pela seguinte equação:

$$e = q \cdot \frac{P_{\text{externo}}(US\$)}{P_{\text{interno}}(R\$)}, \quad (5)$$

onde, respectivamente, e representa a taxa de câmbio real, $P_{\text{externo}}(US\$)$ representa o preço externo de um bem ou serviço em dólares e $P_{\text{interno}}(R\$)$ representa o preço interno de um bem ou serviço em reais.

A Equação (5) fornece nos que a evolução da taxa de câmbio real indica se os bens nacionais estão ficando mais baratos ou mais caros em relação aos estrangeiros, como também informações sobre o valor verdadeiro da moeda nacional, pois indica o número de unidades de um bem que um país deve entregar em troca de uma unidade de outro bem do país com o qual comercia.

Capítulo 2 –ECONOFÍSICA

2.1 – Considerações Iniciais

Os economistas às vezes interrogam-se se todo este trabalho em Física não é só um longo exercício de aprendizagem dos físicos daquilo que os economistas já sabem. Certamente que não [...]. A Física moderna pode oferecer muito aos economistas. Não só diferentes ferramentas e métodos de análise como também, diferentes conceitos tais como transições de fase, valores críticos e leis de potência. Não só análise de padrões quase estáticos, como também análise de padrões em formação. A Economia precisa disto. (Brian Arthur 2004)

A Física representa “*o estudo do comportamento e da constituição do universo, com objetivo de descrevê-lo, ou seja, de estabelecer a origem, evolução e estrutura da matéria e da radiação do universo*” (FARIAS e MILTÃO, 2005, p.2). Assim sendo, a Física é de fato um conjunto sistematizado de conhecimentos relativos a um grupo de fenômenos ou objetos (Campo do Saber), que se subdivide em dois grandes blocos: Física Básica e Física Aplicada.

A **Física Básica**, especificamente, se ocupa do recorte do objeto de investigação, do método de abordagem, da necessidade de transmissão dos resultados e da contextualização histórica e filosófica. A **Física Aplicada** por sua vez, se ocupa especificamente, da aplicação em outros campos do saber, dos métodos e técnicas da Física.

A “Física Aplicada” se diferencia da “Física Básica” quando surge uma situação onde fatores motivacionais e investigativos sobrepõem o estudo dos fenômenos, predominando um caráter de utilização reprodutora pela sociedade. Como resultado dessas investigações, as tecnologias e outros campos do saber são afetados positivamente por esses trabalhos, tornando-os mais integrados e até avançados (SANTOS, 2008).

Com a evolução das idéias humanas, surgem problemas cada vez mais complexos onde apenas um campo do saber não possui toda a abrangência para compreendê-los. Logo, diante da insatisfação humana frente a esses problemas, há a necessidade de implementações de pontes entre diferentes disciplinas, ativando assim ações supradisciplinares, que representam atitudes fruto das relações de duas ou mais disciplinas (SANTOS, 2008).

Podemos enunciar este fato na *multidisciplinaridade* (como justaposição através da informação, sem cooperação metodológica), *pluridisciplinaridade* (como uma justaposição através da informação, com cooperação metodológica, mas sem coordenação), *interdisciplinaridade* (como uma redução através da interseção, com cooperação e coordenação) e *transdisciplinaridade/metadisciplinada* (como unificação através da

comunicação, cooperação e coordenação para uma visão comum, total). Acompanhando essa tendência supradisciplinar, surge a Econofísica (FARIAS e MILTÃO, 2005).

Atualmente, a Física contribuiu para análises econômicas que considera como sistemas complexos. Dentro do estudo desses sistemas, temos um tópico que vem ganhando, cada vez, mais atenção nos últimos anos, denominado Econofísica, que procura a compreensão dos problemas econômicos-sociais com base em teorias físicas e métodos estatísticos.

2.2 – Breve Histórico

Em termos de história e formação do uso da Física na Economia, temos alguns acontecimentos.

O economista político e estatístico **William Petty** (1623-1687), influenciado pelas idéias de Newton escreveu uma série de livros nos quais se encontra a gênese da teoria Monetária e Política Econômica Moderna.

León Walras (1834-1910) e **Alfred Marshall** (1842-1924) usaram ideias físicas de equilíbrio termodinâmico para estabelecer os fundamentos da microeconomia onde desenvolveram a noção de que um sistema econômico atinge o estado de equilíbrio de forma similar à teoria dos gases de Maxwell e Boltzmann. A teoria do equilíbrio geral de Walras, onde a maior parte da teoria econômica neoclássica moderna se baseia, tem origem nas ideias vigentes na Física da época.

Louis Bachelier (1870-1946) foi orientado por Henri Poincaré e em sua tese de doutorado, difundida em 1900 e intitulada “Teoria da Especulação”, usou ideias físicas de difusão e passos aleatórios (“Random Walk”) para, cinco anos antes de Einstein, aplicar métodos equivalentes à descrição do movimento Browniano explicando a formação de preços em mercados de ações.

Georgescu-Roegen (1906-1994), estatístico e economista faz uso da Física na Economia em seu livro “A lei da Entropia e o Processo Econômico” publicado em 1971, ao introduzir a dissipação de energia nos processos de produção. Para esse economista, os processos de produção da sociedade industrial moderna provocam grandes tensões sociais.

No que tange à Física Moderna, em particular a Mecânica Estatística, sua utilização na descrição da dinâmica das séries temporais financeiras, vem permitindo um leque de novas técnicas analíticas e/ou numéricas na descrição dos fenômenos econômicos tais como:

- Dinâmica do mercado financeiro
- Análise da formação de preços através da simulação do mercado.

Pareto foi o primeiro a usar distribuições do tipo lei de potência para investigar distribuição de riqueza e renda na Itália, observando que seus resultados seguiam um padrão que se repetia na economia de outros países como Inglaterra, Irlanda, Alemanha e Peru (MANTEGNA; STANLEY, 1999).

Nos anos de 1950, uma série de estudos sobre flutuações de preços foram realizadas com bases em distribuições gaussianas. Em 1963, Mandelbrot verificou que distribuições gaussianas não eram suficientes para explicar as altas flutuações de preço do algodão, enquanto distribuições do tipo lei de potência se ajustavam melhor aos dados fornecidos por um período de meio século. O padrão encontrado por Mandelbrot foi também observado por Eugene Stanley e Rosario Mantegna nos anos de 1990, que lançaram as bases para a criação da econofísica (PEREIRA; SILVA, 2017). O termo econofísica foi por Stanley em 1995 na conferência Dynamics of Complex Systems, em Calcutá. Stanley e colaboradores usaram distribuições do tipo leis de potência, juntamente com métodos da física estatística para analisar dados do mercado financeiro para analisar dados do mercado financeiro. Vale ressaltar que a econofísica, aplica métodos matemáticos desenvolvidos na física para analisar propriedades estatísticas de sistemas econômicos, em analogia aos sistemas físicos complexos.

Capítulo 3 – TERMODINÂMICA E MECÂNICA ESTATÍSTICA

3.1 - Introdução

Não é desconhecida a busca interminável pela unificação das teorias físicas (BALIAN, 1982). Nesse caminho se situa a busca da unidade das teorias que estudam os fenômenos macroscópicos com aquelas que estudam os fenômenos microscópicos do ponto de vista clássico e quântico:

A ponte entre as duas escalas deve ser provida por uma nova ciência, *Física Estatística*. Teorética, em essência ela está diretamente em contato com outras ciências, experimentais ou teoréticas, lidando com vários materiais e com várias espécies de propriedades: a física de líquidos, sólidos, plasmas, matéria condensada, ou substâncias amorfas – e o eletromagnetismo na matéria, a mecânica dos meios contínuos, a termodinâmica, ou a físico-química (BALIAN, 1982, p. 6).

Como, do ponto de vista histórico, a Econofísica utiliza modelos termodinâmicos, bem como mecânico-estatísticos, consideraremos tais teorias gerais: Termodinâmica e Mecânica Estatística.

3.2 - Termodinâmica

3.2.1 – Descrição Geral

A ciência Termodinâmica ou simplesmente Termodinâmica, é o ramo da Física que estuda um sistema físico¹ a partir das suas propriedades macroscópicas, tratando de mudanças que ocorrem no mesmo. Em essência, a Termodinâmica corresponde ao estudo da relação entre as diversas formas de energia, as transformações energéticas (KREITH; 1977).

Historicamente, a Termodinâmica se desenvolve no período referente aos séculos XVIII e XIX. Esse período corresponde a uma fase de profundas mudanças sociais e econômicas na Europa, concretizadas com o estabelecimento do modo de produção capitalista. Os métodos da ciência experimental estabelecidos no século XVII com a revolução científica, passam a ser aplicados aos diversos ramos do conhecimento; tais aplicações, por sua vez, são utilizadas para propiciar as transformações nos meios de produção. Assim, firma-se um novo sistema de produção com uma melhor organização do trabalho, bem como com as inovações tecnológicas resultantes do estabelecimento dos métodos da ciência experimental. Para o estabelecimento e êxito do que se chamou de Revolução Industrial, as inovações tecnológicas tiveram um papel fundamental,

¹ Um sistema físico é um agregado de objetos ou entidades de matéria e/ou radiação entre partes para existir ou não uma vinculação, cuja interação seja do tipo causal.

destacadamente a máquina a vapor, na medida em que essa se tornou o ponto de partida para o bom êxito da indústria pesada, assim como para a evolução dos meios de transportes.

A Revolução Industrial além de se constituir como um estímulo à atividade científica, estando voltada para os problemas suscitados pela indústria, contribuiu de forma significativa para a evolução da Termodinâmica. O início da Termodinâmica como ciência moderna dá-se com o cientista Sady Carnot, ao publicar em 1824 discurso: “Reflexões sobre a Potência do fogo”. Esse discurso diz respeito ao calor, potência e eficiência de máquinas.

A Termodinâmica é dividida em dois ramos: a **Termodinâmica Clássica** e a **Termodinâmica Estatística** (SCHMIDT; HENDERSON, 2001).

A **Termodinâmica Clássica** parte de um ponto de vista puramente macroscópico para o estudo do sistema, não levando em consideração o conhecimento do comportamento individual das partículas microscópicas que integram o mesmo.

A **Termodinâmica Estatística** se utiliza de uma abordagem microscópica ou molecular para o estudo do sistema levando em consideração o conhecimento do comportamento individual das partículas microscópicas que integram o mesmo, no entanto sujeitas a condições macroscópicas dadas. Essa abordagem microscópica utiliza uma descrição estatística da mecânica, considerando os sistemas em equilíbrio termodinâmico. Assim sendo, emprega um número muito grande de moléculas para o estudo, de tal forma que os valores médios das propriedades podem ser definidos para descrever o comportamento de uma substância.

O ponto inicial para a maioria das considerações da Termodinâmica são as Leis da Termodinâmica, que postulam as características intrínsecas a todo o sistema. A Termodinâmica tem uma ampla aplicação em vários tópicos da ciência e tecnologia, como por exemplo, as máquinas térmicas. Os resultados da Termodinâmica são essenciais para outros campos da Física e da Química, Engenharia Química, Engenharia Aeroespacial, Engenharia Mecânica, Biologia, Engenharia Biomédica e Ciências dos Materiais.

3.2.2– Conceitos Básicos da Termodinâmica

Antes de apresentarmos as leis da Termodinâmica, em particular a primeira e a segunda leis, se faz necessário a apresentação de alguns conceitos fundamentais para o seu entendimento, tais como: **Sistema Termodinâmico, Propriedades Termodinâmicas, Transformação Termodinâmica, Energia Interna, Temperatura, Calor e Trabalho.**

- **Sistema Termodinâmico** é constituído por uma quantidade de matéria e/ou radiação contidos em uma superfície fechada, que é a sua fronteira. Ele interage (e troca energia) com sua vizinhança, ou com o ambiente, pelo menos de dois modos diferentes. O primeiro corresponde à troca de energia, mas não de matéria, e o segundo, corresponde a troca de matéria e energia.

- **Propriedades Termodinâmicas** é qualquer característica observável de uma substância. As propriedades são geralmente divididas em duas categorias. Propriedades extensivas são aquelas que dependem da quantidade de massa do sistema e propriedades intensivas são independentes da quantidade de massa do sistema.

- **Transformação Termodinâmica** ou Processo Termodinâmico é quando duas ou mais propriedades termodinâmicas de um sistema variam, ou seja, quando um sistema sofre (ou executa) um processo ele muda de um estado para o outro. Uma série de processos em que o sistema retorna ao seu estado inicial é chamado de *ciclo termodinâmico*. Além disso, as transformações podem ser *reversíveis* e *irreversíveis*. As transformações *reversíveis* podem se efetuar em ambos os sentidos, de modo que, na volta o sistema retorna ao estado inicial e as transformações *irreversíveis* são aquelas quando sua inversa só pode se efetuar como parte de um processo mais complexo, envolvendo interações com outros corpos.

- **Energia interna** de um sistema é soma da energia térmica e de todas as outras formas de energia associadas às moléculas do sistema.

- **Temperatura** é uma grandeza física que mensura a energia cinética média, ou energia do movimento, de cada uma das partículas que compõem um sistema em equilíbrio térmico, ou seja, quando não há qualquer troca de calor entre as partes do sistema.

- **Quantidade de Calor** é definida como a energia em trânsito devido à diferença de temperatura. Sendo assim o calor é uma forma de energia, calor flui espontaneamente do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura.

- **Trabalho** se relaciona com transferência de energia, do mesmo modo que o calor. No entanto, o trabalho corresponde a *trocas energéticas sem influência de diferença de temperatura* e nesse aspecto se distingue de calor. De uma maneira geral, o trabalho pode ser visto como o produto de uma força generalizada por um deslocamento generalizado.

3.2.3 - Leis da Termodinâmica

3.2.3.1 - Primeira lei da Termodinâmica

De acordo como o princípio da Conservação de Energia, a energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de uma espécie em outra. A Primeira Lei da Termodinâmica é um enunciado deste princípio, aplicada a um sistema Termodinâmico, de modo que a soma algébrica de toda a energia que cruza a fronteira de um sistema deve ser igual à variação de energia do sistema (SCHMIDT; HENDERSON, 2001). Como o calor e trabalho são as formas de energia que podem atravessar uma fronteira de um sistema, pode-se escrever esta lei na seguinte forma:

$$dU = dQ - dW . \quad (6)$$

Portanto, temos que dU representa a variação de energia interna do sistema, dW o trabalho realizado e dQ a quantidade de calor trocada pelo sistema. Tal sistema termodinâmico pode ser um gás aprisionado em um cilindro, recipiente dotado de êmbolo e em contato com uma fonte térmica.

É importante notar que, ao ser uma reafirmação do princípio de conservação de energia, esta lei é válida para qualquer processo natural que envolva trocas energéticas.

3.2.3.2 - Segunda lei da Termodinâmica

A primeira lei da Termodinâmica estabelece que a energia se conserva sempre, não importando em que forma se apresente. Entretanto, os processos de conversão de energia, de uma forma em outra, em geral, nem sempre são possíveis como, por exemplo: transferir calor para um fio elétrico não gera eletricidade. A primeira lei de fato não faz restrições à direção de um processo, mas o cumprimento desta lei não garante que o processo não possa realmente ocorrer. Esta inadequação da primeira lei, que não prevê se os processos são ou não possíveis é remediada pela introdução da Segunda Lei da Termodinâmica. Há processos que podem satisfazer a primeira lei, mas são “vetados” pela segunda. Por exemplo, podemos estabelecer a quantidade de energia mecânica que pode ser obtida de certa quantidade de energia térmica, porém essa conversão não se dá de modo simples, e é a segunda lei que estabelece as condições em que ela pode ocorrer.

Há dois enunciados clássicos da Segunda lei da Termodinâmica – o enunciado de Kelvin–Planck, que está relacionado com as máquinas térmicas e o enunciado de Clausius, que está relacionado com refrigeradores e bombas de calor, ambos os dispositivos são utilizados na produção econômica das empresas (ÇENGEL; BOLES, 2006). O de Kelvin–Planck é expresso da seguinte forma:

É impossível para qualquer dispositivo que opera em um ciclo receber calor de um único reservatório e produzir trabalho equivalente.

Já o de Clausius é expresso da seguinte forma:

É impossível construir um dispositivo que funcione em um ciclo e tenha como único efeito a transferência de calor de um corpo com temperatura mais baixa para um corpo com temperatura mais alta.

Ambos os enunciados são equivalentes em suas consequências e qualquer um desses enunciados pode ser utilizado como expressão da Segunda Lei da Termodinâmica. De um modo geral, podemos entender esta lei como aquela que determina o sentido dos processos termodinâmicos, ou seja, estabelece as condições para que os processos possam ocorrer.

Em vista disso, a Segunda Lei da Termodinâmica tem aplicabilidade particularmente em dispositivos cíclicos, como: **máquinas térmicas** e **bombas de calor**, que por sua vez são utilizadas em processos industriais, economia de produção.

Máquina térmica é um dispositivo que opera em um ciclo termodinâmico e produz trabalho, enquanto recebe calor de um reservatório de alta temperatura e fornece calor para um reservatório de baixa temperatura. A substância de trabalho utilizada na máquina térmica pode ser um líquido vapor ou pode passar por mudança de fase. Existem vários tipos de máquinas térmicas na qual destacamos: *motor de combustão interna, usina a vapor e turbina a gás*.

Bombas de Calor é um dispositivo que absorve trabalho, ou seja, o calor é retirado de um reservatório de baixa temperatura e enviado para um reservatório de alta temperatura ao custo de consumo de energia. Tal dispositivo é utilizado em processos industriais para o aquecimento e refrigeração de espaço, como também no aquecimento da água utilizada para a secagem e a limpeza.

3.2.4 - Entropia

De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, trabalho (W) pode ser completamente convertido em calor (Q) e por tal em energia térmica², mas energia térmica não pode ser completamente convertida em trabalho. Desse modo, a entropia procura mensurar a parcela de energia que não pode ser transformada em trabalho nas transformações termodinâmicas (KREITH; 1977).

Na termodinâmica estatística a grandeza entropia pode também ser vista como uma medida da desordem molecular ou aleatoriedade molecular. À medida que um sistema fica mais desordenado as posições das moléculas tornam-se menos previsíveis e aumenta a entropia (ÇENGEL; BOLES, 2006). Em um sistema isolado, para cada estado de equilíbrio macroscópico existem vários estados microscópicos possíveis ou configurações moleculares correspondentes.

Em 1887, Ludwig Eduard Boltzmann visualizou um método probabilístico para medir a entropia de um determinado número de moléculas de um gás ideal, onde definiu que a entropia de um sistema está relacionada com o número total de possíveis estados microscópicos do sistema. Assim, em termos matemáticos a entropia é dada pela seguinte expressão:

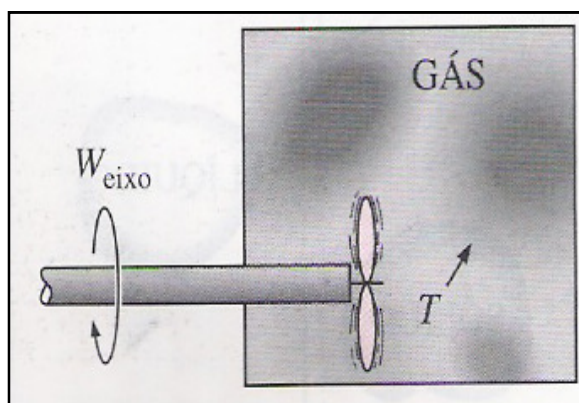
$$S = K \cdot \ln \Omega, \quad (7)$$

onde S é a entropia, K é a constante de Boltzmann e Ω é o número de microestados possíveis para o sistema, também conhecido como probabilidade termodinâmica.

As moléculas de uma determinada substância, na fase gasosa, possuem uma quantidade considerável de energia cinética. Entretanto, sabemos que apesar da quantidade considerável de energia cinética, as moléculas de gás não conseguem girar uma roda de pás dentro de um recipiente para produzir trabalho. Isso acontece porque as moléculas de gás e a energia que elas possuem estão desorganizadas. Consideremos uma roda de pás operando em um recipiente cheio de gás como mostra a figura 2.

Figura 2: Trabalho da roda de pás em um gás.

² Energia térmica, é a energia que esta associada a temperatura (absoluta) de um sistema correspondendo a soma das energias cinéticas que suas partículas possuem em virtude de seus movimentos de translação e rotação.



O trabalho realizado pela roda de pás provoca uma elevação da temperatura do gás, em virtude da transferência de energia, criando assim um nível de desordem molecular mais elevado dentro do recipiente. Neste processo a energia é convertida em uma forma altamente desorganizada de energia, a qual não pode ser transferida novamente à roda de pás como energia cinética de rotação. Apenas parte dessa energia pode ser convertida em trabalho. Do exposto, além da energia que se degrada durante o processo, ou seja, redução na capacidade de realizar trabalho, produzir desordem molecular representa aumento da entropia.

Segundo Çengel e Boles (2006, p.272) “o aumento da entropia do universo é uma grande preocupação não apenas para os engenheiros, mas também para os filósofos, teólogos, economistas e ambientalistas, uma vez que a entropia é vista como uma medida da desordem (ou da ‘desorganização’) do universo”.

3.3–Mecânica Estatística

3.3.1 – Descrição Geral

A Mecânica Estatística é um ramo da Física que estuda um sistema físico com a finalidade “*derivar os princípios das ciências macroscópicas, demonstrando uma unidade conceitual escondida subjacente*” (BALIAN, 1982, p. 6). Nesse sentido, a Mecânica Estatística possibilita-nos “*compreender, prever e calcular a partir da estrutura microscópica de uma substância as suas múltiplas propriedades, que de outra forma só são acessíveis experimentalmente*” (BALIAN, 1982, p. 6).

Com esse objetivo, a Mecânica Estatística apresenta alguns aspectos unificadores de seu arcabouço teórico são eles: “*uma exploração sistemática das leis de simetria, invariância, e conservação que são conhecidas na escala microscópica. A informação assim obtida não é abundante, mas é preciosa, pois nos dá poucas conclusões definitivas*” (BALIAN, 1982, p. 7-8). No entanto, quando vamos de uma escala para outra, podem ser introduzidas mudanças sutis: simetrias existentes na escala microscópicas (reversão temporal) quebram-se na escala

macroscópica (irreversibilidade); a conservação de energia na escala macroscópica possibilita a introdução do conceito de calor, inexistente na escala microscópica.

A Mecânica Estatística, ao estabelecer uma ligação entre o mundo microscópico e o mundo macroscópico (estudado pela Termodinâmica), busca relacionar sistemas reversíveis com sistemas irreversíveis de forma tal que, ao *“passar da termodinâmica para e mecânica estatística, intercambiamos um número pequeno de variáveis macroscópicas por um número muito grande de variáveis microscópicas”* (LANDSBERG, 1990, p. 124). Considerando que a Mecânica Estatística lida com sistemas físicos constituídos de um número muito grande de constituintes elementares, mensurável pelo número de Avogadro ($6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$) ou pela razão dos comprimentos que caracterizam as duas escalas ($1\text{cm}=10^8 \text{ \AA}$), então essa teoria da Física usa técnicas matemáticas que *“variam de soluções exatas ou aproximadas de modelos mais ou menos realistas, onde se explora com frequência o grande tamanho do sistema, considerando-o infinito, a cálculos numéricos ou experimentos computacionais onde se deve limitar-se a sistemas bastante pequenos”* (BALIAN, 1982, p. 8) e tais técnicas matemáticas utilizam a Estatística.

A Estatística é a área da Matemática que estuda a coleção, análise, interpretação e organização de dados, e para tanto se utiliza das teorias probabilísticas para explicar a frequência da ocorrência de um evento (conjunto de resultados ou dados), que ocorre em estudos observacionais bem como em experimentos, e que serve para modelar a aleatoriedade ou a determinação, do ponto de vista ontológico, e o grau de incerteza, do ponto de vista epistemológico, de forma a estimar ou possibilitar a previsão de fenômenos futuros.

Historicamente a Mecânica Estatística se desenvolveu no período referente aos séculos XVIII e XIX. O antecessor da Mecânica Estatística foi Daniel Bernoulli (1700-1782), ao explicar em 1727, usando leis simples governando um grande número partículas constituintes de um sistema e uma descrição probabilística, a pressão do gás como consequência de colisões de moléculas hipotéticas com as paredes do recipiente (BALIAN, 1982, p. 4).

Com o estabelecimento, por Lavoisier (1743-1794), das leis de conservação dos elementos químicos e de suas massas, os químicos, no final do século XVIII, previram a necessidade lógica da física molecular como a base de sua própria ciência (BALIAN, 1982, p. 4).

A teoria Cinética dos Gases, que inicia em torno de 1856-1860 com os trabalhos de August Krönig (1822-1879), Rudolf Clausius (1822-1888) e James Clark Maxwell (1831-1879) (considerado o primeiro progenitor de Mecânica Estatística), baseada sobre conceitos

puramente mecanicistas, assume que as moléculas do gás colidem elasticamente umas com as outras, e considera que o calor se reduz à energia cinética. Além disso, se estabelece, nessa teoria, pela primeira vez os conceitos de caminho livre médio, distribuição de velocidades, e ergodicidade. Ludwig Boltzmann (1844-1906) “*fez uma contribuição decisiva ao introduzir probabilidades, encontrando a distribuição de energia no equilíbrio térmico, e interpretando a entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica em um nível microscópico (1877)*” (BALIAN, 1982, p. 5).

Josiah Willard Gibbs (1839-1903), considerado o segundo progenitor de Mecânica Estatística, introduz o conceito de ensemble (conjunto) estatístico “*os quais descrevem o equilíbrio termodinâmico e mostrou como eles estão conectados com os potenciais termodinâmicos para qualquer sistema clássico; ele ajudou a clarificar a abordagem de Boltzmann graças à sua formulação matemática elegante*” (BALIAN, 1982, p. 5).

Ainda assim, até 1900 as idéias de Gibbs foram ignoradas e as de Boltzmann foram rejeitadas pela comunidade científica. Isso ocorreu por que “*até aquele tempo parecia inadmissível epistemologicamente basear uma ciência fundamental sobre estatística enquanto a teoria das então prevalecentes ciências macroscópicas – tais como termodinâmica ou eletromagnetismo – envolvia apenas quantidades exatamente conhecidas*” (BALIAN, 1982, p. 5). Além disso, a rejeição da abordagem molecular ocorria devido à falta de evidências microscópicas em seu favor, na medida em que “*as bases experimentais, desde dinâmica de fluídos até os campos eletromagnéticos, suportavam idéias contínuas sobre a Natureza*” (BALIAN, 1982, p. 5).

Um ponto importante a ser considerado, do ponto de vista histórico e matemático sobre as dificuldades de a Mecânica Estatística ser aceita pode ser traduzida com o fato de que “*acima de um certo grau de complexidade, as propriedades coletivas de um sistema não têm nada em comum com as propriedades individuais de seus constituintes, e sua derivação, embora teoricamente possível, na prática atende a dificuldades quase insuperáveis*” (BALIAN, 1982, p. 5).

Ademais, do ponto de vista filosófico,

Na física, o conceito de probabilidade tem um caráter antropocêntrico inevitável. As probabilidades não são uma propriedade intrínseca de um objeto; elas são uma ferramenta matemática que nos permite fazer *previsões consistentes*, a partir de informações adquiridas anteriormente. Mesmo que desejemos descrever um sistema individual, devemos considerá-lo como sendo parte de um *conjunto [ensemble] estatístico*, construído a partir de sistemas semelhantes, aos quais nossas informações probabilísticas e nossas conclusões se referem. Essa visão das probabilidades será sempre a parte de trás de nossa mente (BALIAN, 1982, p. 8).

Ainda assim, em torno do fim do Século XIX Lord Rayleigh (1842-1919) e Max Planck (1858-1947) “*iniciaram a aplicação da mecânica estatística a um novo sistema, o corpo negro, com o objetivo de explicar a distribuição espectral da radiação*” possibilitando a criação da Mecânica Quântica e da Mecânica Estatística Quântica.

O ponto inicial para as considerações da Mecânica Estatística consiste “*na tentativa de combinar algumas idéias estatísticas com o nosso conhecimento das leis da mecânica associadas às partículas*” (REIF, 1985, p. 47) e sistematizadas através da Equação de Liouville (1809-1882), quando temos sistemas físicos com um número muito grande de constituintes. A Mecânica Estatística tem uma ampla aplicação em vários tópicos da ciência e tecnologia. Os resultados da Mecânica Estatística são essenciais para outros campos da Física e da Química, Engenharia Química, Engenharia Aeroespacial, Engenharia Mecânica, Biologia, Engenharia Biomédica, Ciências dos Materiais e Economia.

3.3.2 – Conceitos Básicos da Mecânica Estatística

Para a apresentação da Equação de Liouville, é importante apresentarmos alguns conceitos fundamentais para o seu entendimento.

- **Sistema Mecânico Estatístico:** é constituído por um grande número de partículas, tipicamente “*um sistema clássico composto de um número grande N de moléculas ocupando um volume grande V [com] magnitudes $N \approx 10^{23}$ moléculas, $V \approx 10^{23}$ volumes moleculares*” (HUANG, 1987, p. 127). O sistema será considerado isolado no sentido de que a energia é uma constante de movimento. Além disso, “*as paredes do container contendo o sistema (se presente) serão idealizadas como paredes perfeitamente refletoras*” (HUANG, 1987, p. 128). Para sistemas não isolados, a energia e o número de partículas não serão constantes.

- **Especificação do Estado de um Sistema:** “*um estado do sistema é completamente e unicamente definido por $3N$ coordenadas canônicas q_1, q_2, \dots, q_{3N} e $3N$ momenta canônicos p_1, p_2, \dots, p_{3N}* ” (HUANG, 1987, p. 128), abreviados por (p, q) , cuja dinâmica do sistema é determinada pela Hamiltoniana $\mathcal{H}(p, q)$, da qual nós podemos obter as equações canônicas do movimento:

$$\frac{\partial \mathcal{H}(p, q)}{\partial p_i} = \dot{q}_i, \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}(p, q)}{\partial q_i} = -\dot{p}_i. \quad (8.2)$$

Observemos que tal estado do sistema é considerado como um microestado, i.e., “*um estado do sistema sobre o qual tudo é conhecido, [sendo] definido dando os valores de todos os observáveis $[(p, q)]$. Ele é então caracterizado ao fornecer as $6N$ coordenadas e momenta das partículas.*” (BALIAN, 1982, p. 78). Nesse caso, é conveniente introduzir o espaço $6N$ -dimensional, Γ , ou espaço de fase do sistema no qual cada ponto representa um microestado do sistema e vice-versa. O lócus de todos os pontos no espaço Γ satisfazendo a condição $\mathcal{H}(p, q) = E$ define uma superfície chamada superfície energética de energia E . Conforme o microestado do sistema evolui no tempo de acordo com as equações (8), o ponto representativo traça um caminho no espaço Γ . Este caminho permanece sempre na mesma superfície energética porque, por definição, a energia é conservada.

Nesse sentido, nesse sistema físico de N partículas, as quantidades físicas que desenvolvem a regra de *observáveis* são as posições q_i , seus momenta conjugados p_i , e mais geralmente, *funções* $f(p, q)$ dessas $6N$ variáveis (BALIAN, 1982, p. 78).

- **Ensemble Estatístico:** Para um sistema macroscópico, não temos meios, nem desejo, de verificar o microestado a cada instante. Estamos interessados apenas em algumas propriedades macroscópicas do sistema. Especificamente, por exemplo, nós somente requeremos que o sistema tenha N partículas, um volume V , e uma energia repousando entre os valores E e $E + \Delta E$. Assim sendo, um número infinito de microestados satisfazem as condições macroscópicas de um sistema físico. Consequentemente, pensamos não em um sistema singelo, mas em um número infinito de cópias mentais de um mesmo sistema, existindo em todos os possíveis microestados satisfazendo as condições dadas e qualquer um desses sistemas mentais pode ser o sistema com que estamos lidando. Ou seja, estamos falando de um sistema físico com um número muito grande de partículas sob certas condições macroscópicas e, portanto, “*nos referimos não a um sistema singelo, mas a uma coleção de sistemas, idênticos em composição e condições macroscópicas, contudo existindo em diferentes estados*” (HUANG, 1987, p. 63); a essa coleção de sistemas mentais denominamos um ensemble, o qual é geometricamente representado por uma distribuição contínua de pontos representativos no espaço Γ . O ensemble pode ser convenientemente descrito e especificado por uma função densidade $\rho(p, q; t)$, denominada Densidade na Fase ou Densidade de Fase, tal que

$$\rho(p, q; t) d^{3N} p d^{3N} q \tag{9}$$

seja a probabilidade do número de pontos representativos que no tempo t estão contidos no elemento de volume infinitesimal $d^{3N}p d^{3N}q$ do espaço de fase Γ , centrado em torno do ponto (p, q) . Vale frisar que “os membros de um ensemble são cópias mentais de um sistema e não interagem uns com os outros” (HUANG, 1987, p. 63). A evolução do ensemble é dada pela Equação de Liouville, derivada a partir da aplicação das equações (8) a cada sistema do ensemble, considerando a probabilidade desse sistema ao longo do tempo à medida que evolui de microestado para microestado.

Considerando a natureza do conceito de ensemble, temos os estados macroscópicos ou macroestados “que não são bem conhecidos ou completamente preparados, sendo caracterizados ao darmos uma lei de probabilidade para os possíveis microestados, isto é, para o conjunto de pontos possíveis no espaço de fase” (BALIAN, 1982, p. 79):

O ‘estado macroscópico’, ou ‘macroestado’ do sistema é definido pela especificação dos parâmetros externos do sistema e quaisquer outras condições para as quais o sistema está submetido. Por exemplo, se lidamos com um sistema isolado, o macroestado do sistema pode ser especificado estabelecendo os valores dos parâmetros externos (e.g., o valor do volume do sistema) e o valor de sua energia total constante. O ensemble representativo para o sistema é preparado de acordo com as especificações desse macroestado; e.g., todos os sistemas no ensemble são caracterizados pelos valores dados dos parâmetros externos e da energia total. É claro, correspondendo a esse *macroestado* dado, o sistema pode estar em qualquer um de um número muito grande de possíveis *microestados* (REIF, 1965, p. 66-67).

Nesse sentido, a equação (9), que estabelece uma medida de probabilidade no espaço de fase, representa um macroestado. Do ponto de vista filosófico epistemológico, podemos interpretar o ensemble de duas maneiras, contudo equivalentes (NORTH, 1970):

➤ Probabilidade Subjetiva: nessa interpretação consideramos que o ensemble se constitui como uma representação mental dos microestados possíveis que um único sistema físico pode estar. Essa concepção de probabilidade é conhecida como ‘Bayesiana’,

➤ Probabilidade Empírica: nessa interpretação consideramos que o ensemble se constitui como uma representação empírica dos microestados do sistema obtidos através de experiências repetidas, preparadas semelhantemente, mas imperfeitamente controladas, em um número infinito de ensaios. Essa concepção de probabilidade é conhecida como ‘clássica’.

Observemos que uma classe especial de ensembles é aquela cujo ensemble não evolui no tempo, sendo tais ensembles considerados como ensembles do equilíbrio, propiciando o equilíbrio estatístico. Tal equilíbrio estatístico ocorre se, para cada microestado no ensemble,

o ensemble contém todos os seus microestados futuros e passados com probabilidades iguais à probabilidade de estar naquele microestado presente. Dessa forma, a Mecânica Estatística do Equilíbrio (Termodinâmica Estatística) considera sistemas físicos isolados e, portanto, objetiva determinar os princípios da Termodinâmica a partir dos constituintes elementares dos sistemas físicos e suas interações. Observemos que na Mecânica Estatística do Equilíbrio a dinâmica está envolvida e na Termodinâmica Estatística ocorre o equilíbrio estatístico (estado estável); no entanto, apesar das partículas constituintes do sistema físico se moverem, o ensemble não evolui, dessa forma, na situação de equilíbrio a função densidade $\rho(p, q)$ do ensemble não dependerá explicitamente do tempo. Os ensembles do equilíbrio são os que seguem:

✓ Ensemble Microcanônico: é aquele que descreve um sistema físico com energia dada E , número de partículas (composição) fixado N , e volume V . Ele é conhecido como ensemble NVE . No ensemble microcanônico cada microestado possível que é consistente com a energia E , o volume V e a composição N , apresenta-se com igual probabilidade.

✓ Ensemble Canônico: é aquele que descreve um sistema físico com número de partículas fixado N , volume V e equilíbrio térmico com banho de calor (reservatório) com temperatura fixada T . Ele é conhecido como ensemble NVT . No ensemble canônico cada microestado possível que é consistente com a composição N , o volume V e temperatura T , apresenta-se com energia variável E e possui probabilidade diferente dependendo da energia total do sistema.

✓ Ensemble Grande Canônico: é aquele que descreve um sistema físico com volume V , com composição N não fixada, e em equilíbrio térmico e químico com um reservatório termodinâmico. O reservatório apresenta uma temperatura T precisa e um potencial químico μ preciso para os vários tipos de partículas do sistema físico. Ele é conhecido como ensemble μVT . No ensemble grande canônico cada microestado possível que é consistente com o volume V , o potencial μ e a temperatura T , apresenta-se com energia E variável, com número de partículas N variável e possui probabilidade diferente dependendo da energia total e do número total de partículas do sistema.

Por seu turno, a Mecânica Estatística do não-Equilíbrio considera o caso mais geral de ensembles que mudam ao longo do tempo, nos quais se incluem os sistemas físicos não-isolados.

- **Postulado Básico:** Postulado de igual probabilidade a priori: esse postulado afirma que “quando um sistema macroscópico está em equilíbrio termodinâmico, seu estado é igualmente provável de ser qualquer estado que satisfaça as condições macroscópicas do sistema” (HUANG, 1987, p. 129). Dessa forma, esse postulado básico se relaciona com a Mecânica Estatística do Equilíbrio, o que significa que temos sistemas físicos isolados “e assim não trocam energia com sua vizinhança. As leis da mecânica então implicam que a energia total do sistema é conservada. Assim, é conhecido que o sistema deve sempre ser caracterizado por esse valor da energia e que os estados acessíveis do sistema devem todos ter essa energia” (REIF, 1985, p. 53).

- **Cálculos Probabilísticos:** considerando a definição de ensemble e a necessidade de conexão entre os microestados e os macroestados, devemos utilizar os cálculos probabilísticos.

O valor observado de uma quantidade dinâmica O do sistema, que é genericamente uma função das coordenadas e momentos conjugados, é suposto ser o seu valor médio tomado sobre um ensemble adequadamente escolhido:

$$\langle O \rangle \equiv \frac{\int d^{3N}p d^{3N}q O(p, q) \rho(p, q; t)}{\int d^{3N}p d^{3N}q \rho(p, q; t)} . \quad (10)$$

Ele é chamado a média do ensemble de O . Sua dependência temporal advém daquela de ρ , que é governado pelo teorema de Liouville. Em princípio, então, isso nos diz como uma quantidade aproxima-se do equilíbrio – a questão central da teoria cinética. (HUANG, 1987, p. 65).

Considerando, por outro lado, uma situação de equilíbrio, através do postulado da igual probabilidade a priori, podemos calcular médias no ensemble de propriedades mensuráveis $f(p, q)$ do sistema, tais como energia ou momentum. Assim, uma observável $f(p, q)$, então torna-se uma variável randômica governada pela lei de probabilidade (9), quando o sistema está no macroestado representado pela densidade de fase $\rho(p, q)$ (BALIAN, 1982, p. 79). Para tanto, duas espécies de valores médios são comumente introduzidas: o valor mais provável e a média do ensemble. “O valor mais provável de $f(p, q)$ é o valor de $f(p, q)$ que é possuído pelo maior número de sistemas no conjunto” (HUANG, 1987, p. 129). A média do ensemble de $f(p, q)$ é definida por

$$\langle f \rangle \equiv \frac{\int d^{3N}p d^{3N}q f(p, q) \rho(p, q)}{\int d^{3N}p d^{3N}q \rho(p, q)} . \quad (11)$$

A média do ensemble e o valor mais provável são aproximadamente iguais se a *flutuação quadrática média* é pequena, i.e., se

$$\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{\langle f \rangle^2} \ll 1. \quad (12)$$

Se esta condição não for satisfeita, não há uma maneira única de determinar como o valor observado de f pode ser calculado. Quando não é, devemos questionar a validade da mecânica estatística. Em todos os casos físicos nós encontramos que as flutuações quadráticas médias são da ordem de $1/N$. Assim, no limite quando $N \rightarrow \infty$ a média do ensemble e o valor mais provável tornam-se idênticos (HUANG, 1987, p. 130).

3.3.3 – Leis da Mecânica Estatística

Para determinarmos as equações dinâmicas dos macroestados, consideremos um sistema físico constituído por N partículas, submetido a condições macroscópicas. Considerando a equação (13), “*nós devemos, se desejamos descrever a evolução da densidade em fase $\rho(p, q; t)$, conhecer não somente como o ponto representativo de um microestado no espaço de fase muda, mas também conhecer como um elemento de volume em torno daquele ponto muda*” (BALIAN, 1982, p. 83).

Considerando o Teorema de Liouville que assevera que “*o volume de uma região no espaço de fase continua constante quando seguimos essa região durante a evolução temporal*” (BALIAN, 1982, p. 83), então ele expressa a homogeneidade do espaço de fase Γ . Dessa forma, a equação de movimento da densidade em fase pode ser então derivada considerando a conservação da probabilidade (13) ao longo das trajetórias no espaço de fase. Daí, obtemos a Equação de Liouville:

$$\frac{\partial \rho(p, q; t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3N} \left(\frac{\partial \rho(p, q; t)}{\partial p_i} \dot{p}_i + \frac{\partial \rho(p, q; t)}{\partial q_i} \dot{q}_i \right) = 0. \quad (13)$$

Considerando a situação de equilíbrio, em tal caso nos restringimos aos ensembles cuja função densidade ou densidade em fase não dependa explicitamente do tempo, daí, (13) torna-se (HUANG, 1987, p. 129):

$$\frac{\partial \rho(p, q)}{\partial t} = 0, \quad (14)$$

consequentemente, o ensemble descrito por $\rho(p, q)$ será o mesmo para todos os tempos.

Observemos que

uma derivação satisfatória da mecânica estatística deve cumprir simultaneamente dois requisitos:

(i) Ela deve mostrar claramente a conexão entre reversibilidade microscópica e irreversibilidade macroscópica.

(ii) Ela deve fornecer uma descrição pormenorizada da abordagem do equilíbrio. (HUANG, 1987, p. 192).

Capítulo 4 –ECONOMETRIA

4.1- Breve Introdução

Econometria “*é o conjunto de instrumentos de pesquisa que trata da teoria de dados da economia, juntamente com recursos da estatística*” (HILL, JUDGE; p.1, 2010).

Em economia, podemos expressar suas teorias, a partir de relações entre variáveis econômicas, de modo que cada uma dessas relações representa um modelo econômico geral que descreve o inter-relacionamento dessas variáveis.

Assim, na Econometria são colocados, ou seja, introduzidos parâmetros nesses modelos econômicos. Por exemplo, ao estudarmos a oferta de determinado produto, temos que o número efetivo desse produto ofertado é a soma da parcela sistemática e de uma parcela aleatória e imprevisível, a qual damos o nome de **erro aleatório** (e)

$$Q_x = f(P_x, P_1 \dots P_{n-1}, F_1, F_2, \dots F_m, T) + e.$$

Assim, esta expressão representa um **modelo econométrico** da oferta de um determinado produto. Além disso, o erro aleatório (e) responde pelos diversos fatores que afetam a oferta de determinado produto nesse modelo (HILL, JUDGE; 2010).

Para completar a especificação do modelo econométrico, devemos mencionar a forma da relação algébrica. Sabemos que da Lei da oferta, a quantidade ofertada, pode ser representada como uma função linear do preço. Ao estendermos essa suposição igualmente às outras variáveis, constituindo a parte sistemática da relação de oferta como:

$$f(P_x, P_1 \dots P_{n-1}, F_1, F_2, \dots F_m, T) = \beta_1 + \beta_2 P_{n-1} + \beta_3 F_m + \beta_4 T.$$

Desta forma o modelo econométrico correspondente é:

$$Q_x = \beta_1 + \beta_2 P_{n-1} + \beta_3 F_m + \beta_4 T + e$$

A forma funcional representa uma hipótese sobre uma relação entre as variáveis. Com isso em todo o modelo econométrico, a parte sistemática é a parte que obtemos a partir da teoria econômica e de uma suposição sobre a forma funcional. A componente aleatória representa um componente que não permite nossa compreensão da relação entre as variáveis.

4.2 -Modelo de Regressão Linear

Dentro da teoria econômica, em particular, da teoria microeconômica, estudamos modelos de demanda e oferta, em que as quantidades demandadas e ofertadas dependem do preço.

Na macroeconomia, especifica-se funções para explicar que a quantidade de investimentos na economia depende da taxa de juros e do nível de renda disponível. Cada uma dessas especificações envolve relações entre variáveis econômicas. Além disso, tais especificações, modelo de regressão, baseia-se em pressupostos.

Em um modelo de regressão linear, a variável dependente y , está relacionada com a variável independente t da seguinte maneira.

$$y(t) = \beta_1 + \beta_2 t, \quad (15)$$

onde, β_1 e β_2 são os parâmetros do modelo.

4.2.1 – Os Pressupostos do Modelo

Para o modelo aqui proposto, temos os seguintes pressupostos:

- $var(y) = \sigma^2$. Para cada valor de t , os valores de y se distribuem em torno de seu valor médio, segundo distribuições de probabilidade que têm todas a mesma variância;
- $cov(y_i, y_j) = 0$. Os valores de y são todos não correlacionados e, portanto não há associação linear entre eles;
- $y \sim [(\beta_1 + \beta_2 t), \sigma^2]$. Para cada valor de t , os valores de y se distribuem normalmente em torno de sua média.

Além desses pressupostos, se faz necessário também caracteriza-los de outra maneira, de modo que para qualquer observação sobre a variável dependente y , temos que o componente aleatório (e) chamado de erro aleatório é definido como:

$$e = y - \beta_1 - \beta_2 t, \quad (16)$$

de modo que obtemos o modelo de regressão linear dado por:

$$y = \beta_1 + \beta_2 t + e. \quad (17)$$

A variável dependente y é explicada por um componente que varia com a variável independente t pelo erro aleatório e . Além disso, para a equação (17) temos os seguintes pressupostos.

- $E(e) = 0$. O valor médio do erro aleatório é zero;

- $var(e) = 0$. A variância do erro é zero;
- $cov(e_i, e_j) = 0$. A covariância entre qualquer par de erros aleatório é zero;
- $e \sim (0, \sigma^2)$. Os valores de e se distribuem normalmente em torno de sua média.

Desta maneira, podemos afirmar em que tal modelo de regressão, os erros aleatórios são não correlacionados.

4.2.2 – Estimação dos Parâmetros

Os modelos da estatística constituem a base para a utilização de uma amostra de dados, a fim de estimar os parâmetros β_1 e β_2 . Para estimar tais parâmetros, utilizaremos, o **princípio dos mínimos quadrados**³, a partir de pontos assinalado-os em um gráfico, diagrama de dispersão. A reta que melhor se ajusta aos dados pelos mínimos quadrados é b_1 e b_2 , o que representa as estimativas de mínimos quadrados de β_1 e β_2 . A reta ajustada é:

$$\hat{y}_s = b_1 + b_2 t_s, \quad (18)$$

onde $S = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, N$, representando cada observação da variável econômica no tempo t .

As distâncias verticais de cada ponto à reta ajustada são os *resíduos de mínimos quadrados*, que são dados por:

$$\hat{e}_s = y_s - \hat{y}_s. \quad (19)$$

As expressões para estimativas de β_1 e β_2 pelos mínimos quadrados são:

$$b_2 = \frac{T \sum y_s t_s - \sum y_s \sum t_s}{T \sum t_s^2 - \sum t_s \sum t_s} \quad (20)$$

$$b_1 = \bar{y} - b_2 \bar{t}, \quad (21)$$

em que $\bar{y} = \sum y_t / T$ e $\bar{t} = \sum t_s / T$ são as médias amostras das observações de y e t .

³O Princípio de Mínimos Quadrados, afirma que para ajustar uma reta aos valores dos dados, devemos procurar a reta tal que a soma dos quadrados das distancias verticais de cada ponto à reta seja a menor possível.

4.3 – Autocorrelação

Admitimos anteriormente, que os erros (e_s) no modelo de regressão linear fossem variáveis aleatórias *não correlacionadas*, com média zero, variância constante σ^2 e covariância igual à zero. Entretanto, quando temos dados em que as observações seguem uma ordenação natural com o correr do tempo, existe sempre a possibilidade de que erros sucessivos estejam correlacionados, autocorrelação, uns com os outros (HILL; JUDGE, 2010).

Nas próximas seções veremos como detectar a autocorrelação e como tomar medidas cabíveis no caso dela existir.

4.3.1 – Verificando a Autocorrelação

Existem várias formas para testarmos ou verificarmos a existência da autocorrelação, ou seja, se os (\hat{e}_s) estão correlacionados ao longo do tempo. Uma das formas, que por sinal utilizaremos neste trabalho, consiste em estimar o modelo de regressão linear utilizando o princípio dos mínimos quadrados. Com isso, podemos obter os (\hat{e}_s) por meio da equação (19) e conseqüentemente construir uma tabela dos erros em função do número de observações. Assim, se estes erros apresentarem uma tendência de resíduos negativos sucederem aos resíduos negativos, e resíduos positivos sucederem a resíduos positivos, podemos afirmar que tais resíduos *estão correlacionados*.

Dada à possibilidade de existirem erros correlacionados, como levar em conta essa correlação para o nosso modelo? Existe alguma forma de descrever como os (\hat{e}_s) estão correlacionados? Há vários modelos para representar erros correlacionados. O mais comum é o modelo autorregressivo de primeira ordem AR (1) ⁴. Nesse modelo, (\hat{e}_s) depende do seu valor antecedente \hat{e}_{s-1} mais outra componente aleatória que não seja correlacionada ao longo das observações e que tenha média zero e variância constante. Ou seja,

$$e_s = \rho e_{s-1} + v_s, (22)$$

em que ρ é um parâmetro que determina as propriedades de \hat{e}_s , e os v_s são variáveis aleatórias não correlacionadas com, média igual à zero, variância igual a σ^2 e covariância igual à zero.

⁴ O modelo autorregressivo de primeira ordem AR (1) é um processo aleatório utilizado para prever e modelar vários fenômenos, de predição linear.

4.3.2 – Erro em um processo AR (1)

As implicações do erro que segue um processo AR(1) para as propriedades estatísticas (média, variância e covariância) são:

$$E(e_s) = 0. \quad (23)$$

Quando os erros da equação seguem um modelo AR(1), continuam a ter media zero.

$$\text{var}(e_s) = \sigma_e^2 = \frac{\sigma_v^2}{1 - \rho}. \quad -1 < \rho < 1 \quad (24)$$

Essa equação descreve a relação entre a variância do erro e_s da equação original (σ_e^2) a variância (σ_v^2) do erro não correlacionado σ_s .

$$\text{cov}(e_s, e_{s-k}) = \sigma_e^2 \rho^k. \quad k > 0 \quad (25)$$

Essa equação é a substituição da hipótese de $\text{cov}(e_t, e_s) = 0$. A expressão diz que a covariância entre dois erros distantes por k períodos depende da variância σ_e^2 e do parâmetro ρ elevado à potência k .

4.4 – Princípio dos Mínimos Quadrados Generalizados

Após ter diagnosticado a autocorrelação, temos que empregar um procedimento melhor de estimação, a saber, o de mínimos quadrados generalizados.

O estimador de mínimos quadrados generalizados para o modelo de erro correlacionado pode ser calculado transformando-se o modelo de modo que ele passe a ter um novo termo de erro não correlacionado.

4.4.1 – Transformadas do Modelo

A transformação do nosso modelo representado pela equação (17) consiste em substituímos o erro correlacionado (e_t) pelo erro não correlacionado (v_s), sem alterar a estrutura básica do modelo. A relação entre e_t e v_s é dada pela equação (22) e as propriedades de e_s e v_s já foram consideradas. Substituindo equação (22) na equação (17), obtemos,

$$y_s = \beta_1 + \beta_2 t_s + \rho e_{s-1} + v_s. \quad (26)$$

Além disso, em termos do período prévio, podemos escrever da seguinte forma

$$e_{s-1} = y_{s-1} - \beta_1 - \beta_2 t_{s-1}. \quad (26.1)$$

Multiplicando por ρ , temos

$$\rho e_{s-1} = \rho y_{s-1} - \rho \beta_1 - \rho \beta_2 t_{s-1}. \quad (26.2)$$

Substituindo a (26.2) em (26), obtemos

$$y_s - \rho y_{s-1} = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(t_s - \rho t_{s-1}) + v_s \quad (26.3)$$

Essa é a equação transformada que procuramos. A variável dependente transformada e a variável independente transformadas são respectivamente

$$y_s^* = y_s - \rho y_{s-1} \quad s = 2, 3, \dots, S \quad (26.4)$$

$$t_{s2}^* = t_s - \rho t_{s-1}, \quad s = 2, 3, \dots, S \quad (26.5)$$

o novo termo constante é

$$t_{s1}^* = 1 - \rho \quad s = 2, 3, \dots, S \quad (26.6)$$

Fazendo as substituições possíveis, temos

$$y_s^* = t_{s1}^* \beta_1 + t_{s2}^* \beta_2 + v_s. \quad (26.7)$$

Construímos, assim, um novo modelo estatístico com variáveis transformadas y_s^* , t_{s1}^* e t_{s2}^* , com o termo de erro que não é o e_s correlacionado, mas o v_s não correlacionado, que admitimos ter distribuição $(0, \sigma_v^2)$.

Para obtermos por completo o estimador de mínimos quadrados generalizados, devemos transformar a primeira observação de forma que seu erro transformado tenha a mesma variância. Assim, na primeira observação no modelo de regressão temos que

$$y_1 = \beta_1 + t_1\beta_2 + e_1, \quad (26.8)$$

com $var(e_1) = \sigma_e^2 = \sigma_v^2/(1 - \rho^2)$. A transformação que dá uma variância de erro σ_v^2 é multiplicada por $\sqrt{1 - \rho^2}$. O resultado é

$$y_s^* = t_{11}^*\beta_1 + t_{12}^*\beta_2 + e_1^*, \quad (26.9)$$

em que as transformadas da primeira observação no seguinte conjunto de equações

$$y_s^* = \sqrt{1 - \rho^2}y_1t_{11}^* = \sqrt{1 - \rho^2} \quad (26.10)$$

$$t_{12}^* = \sqrt{1 - \rho^2}t_1e_1^* = \sqrt{1 - \rho^2}e_1,$$

onde a variância de e_1^* é a mesma que a dos erros (v_2, v_3, \dots, v_s) .

Nosso próximo passo consiste em estimar o valor do parâmetro autorregressivo ρ , o que faremos a seguir.

4.4.2 – Determinação do Parâmetro Autorregressivo

Sabemos que as variáveis transformadas não podem ser calculadas sem o conhecermos o parâmetro ρ . Um método para determinarmos, ou seja, estimarmos consiste em considerarmos a seguinte equação

$$e_s = y_s - \beta_1 - \beta_2t_s. \quad (27)$$

Usando os resíduos de mínimos quadrados

$$\hat{e}_s = y_s - b_1 - b_2t_s, \quad (28)$$

e fazendo a substituição na equação (27) pela equação (28), obtemos o modelo estimado

$$\hat{e}_s = \rho \hat{e}_{s-1} + v_s. \quad (29)$$

O valor estimado de ρ , deduzido da equação (29) e da equação (25) para $k = 1$ é dado por

$$\hat{\rho} = \frac{\sum \hat{e}_s \hat{e}_{s-1}}{\sum \hat{e}_{s-1}^2}, \quad 2 \leq s \leq S \quad (30)$$

Assim, na prática, os dados transformados definidos pelo conjunto de equações em (26. 10) são calculados utilizando-se o valor estimado de $\hat{\rho}$.

4.5 – Séries Temporais

Uma série temporal “*consiste em observações sobre uma variável ou muitas variáveis ao longo do tempo*” (WOOLDRIDGE; p.8, 2006).

As series temporais podem ser: estocásticas (estacionarias e não estacionarias) ou determinísticas. Quando os valores da série podem ser escritos através da função matemática $y_t = f(t)$ diz-se que a série é determinística. Quando a série envolve, além de uma função matemática do tempo, também um termo aleatório (estocástico) $y_t = f(t, e)$ a série é chamada estocástica.

As regressões com dados de series temporais podem ser estudadas de duas formas, embora tais series sejam analisadas a partir dos seus principais movimentos, como: *tendência, sazonalidade, ciclo e variações aleatórias*. Uma delas é sua análise que tenta entender a estrutura que gerou a série. A outra forma é a de procurar construir um modelo matemático a partir do qual seja possível prever valores futuros da série.

A análise da ordenação cronológica das observações em uma serie de tempo transmite informações potencialmente importantes visto que muitos grupos da economia como, macroeconomistas, estudam o comportamento das economias nacional e internacional, e economistas financeiros, estudam o mercado de ações entre outros fazem analise de dados de series temporais (HILL, JUDGE; 2010).

4.5.1 - Séries Temporais Estacionárias

Seja $\{y_s; s = 1, 2, 3, \dots\}$ uma variável aleatória, contínua ou discreta, observada ao longo do tempo; o processo estocástico⁵ (série temporal y_t) é estacionário se:

$$E(y_s) = \mu , \quad (31)$$

$$var(y_s) = \sigma^2 , \quad (31.1)$$

$$\gamma_k = E[(y_s - \mu)(y_{s+k} - \mu)] , \quad (31.2)$$

ou seja, sua média e sua variância são respectivamente constantes ao longo do tempo e a covariância γ_k entre dois valores de tempo, depende apenas da distância do intervalo ou da defasagem entre os dois períodos de tempo, e não do próprio tempo em que a covariância é calculada (GURAJATE; 2006).

Na regressão com dados de séries temporais em particular estacionaria, a variável dependente y_t varia aleatoriamente em um nível constante (média) e com dispersão constante. A lei de formação de uma série temporal estacionaria é dada por:

$$y_s = \alpha + \rho y_{s-1} + v_s , \quad (32)$$

onde $\alpha \neq 0$, $|\rho| < 1$ e v_s representa um componente aleatório que provém de alguma distribuição normal de probabilidade de modo que $v_t \sim N(\mu, \sigma^2)$.

4.5.2 - Séries Temporais não estacionárias

Muitas variáveis econômicas estudadas na macroeconomia, economia monetária, finanças, são séries temporais não estacionarias (HILL, JUDGE; 2010).

Seja $\{y_t; t = 1, 2, 3, \dots\}$ uma variável aleatória, discreta ou contínua, observada ao longo do tempo, processo estocástico y_t , é não estacionário se: *sua média varia com o tempo ou sua variância varia com o tempo, ou ambas as coisas*. Essas séries são conhecidas como *passeios aleatórios (random walks)*, pois os pontos da regressão passeiam vagarosamente para cima e para baixo, mas sem um padrão real e *passeios aleatórios⁶ com uma constante (random walks with a drift)* cuja regressão mostra uma tendência definida para cima ou para

⁵Um processo estocástico ou aleatório é um conjunto de variáveis que se desenvolve no tempo parcialmente aleatório e imprevisível (SCHULZ; 2003).

⁶Um passeio aleatório é uma formalização matemática que em física dá a ideia intuitiva de tomada de várias passos consecutivos, cada qual em uma direção aleatória (SCHULZ; 2003)

baixo. A lei de formação desse processo, série temporal não estacionaria, ou seja, passeio aleatório é dado por:

$$y_s = y_{s-1} + u_s, \quad (33)$$

onde $\alpha = 0$ e $\rho = 1$. Com isso uma serie não estacionaria (passeio aleatório) não mostra qualquer tendência e vagarosamente se toma uma ou outra direção.

Se $\alpha \neq 0$ e $\rho = 1$, a série é também não estacionaria e é chamada um passeio aleatório com constante, cuja sua lei de formação é dada por:

$$y_s = \alpha + y_{s-1} + u_s. \quad (33.1)$$

A regressão temporal do consumo real das famílias é um exemplo de serie temporal não estacionaria, ou seja, *passeio aleatório com constante* (**random walks with a drift**).

Capítulo 5 - APLICAÇÕES

5.1 Processo de Produção

Todos os processos, naturais ou fabricados, requerem a transformação de uma forma de energia para alguma outra. Assim, a contabilização da energia em suas diversas transformações está fundamentada nas leis da Termodinâmica.

A economia, em particular a de produção, trata da produção, troca e consumo de bens e serviços Figura 3.

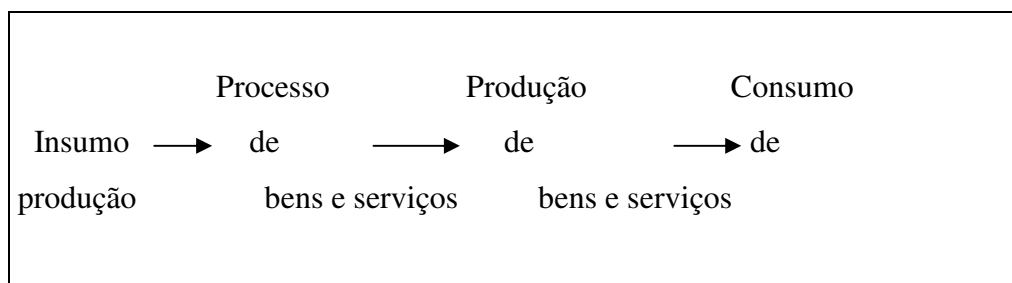


Figura 3: Economia de Produção.

O **processo de produção** envolve, entre outros fatores, a energia como também o **sistema produtivo**, entendido como o conjunto de máquinas, instalações e transporte cuja finalidade é produzir, para o uso humano bens não encontrados na natureza.

A utilização da Termodinâmica na Economia, em particular Economia de produção, segue as palavras de (SCHULZ; 2006, p.180) ao afirmar que:

para introduzir a termodinâmica na economia, temos que definir quantidades socioeconômicas que têm o significado de uma energia global. Essas quantidades devem ser funções de todas as variáveis microeconômicas com a 'energia'. O mesmo deve ser equivalente a partir de um ponto de vista macroeconômico.

Os modelos econômicos fazem referências marginais a parâmetros energéticos como, *intensidade energética*, *custo da energia* entre outros. Logo, existe uma relação entre o produto da produção, processo de produção e o uso de recursos energéticos, em particular energia.

A troca de bens e serviços que se produz é fundamental para a atividade econômica. Em contrapartida, o uso da energia é um fator determinante dessa atividade. De fato, podemos concluir que o condicionamento energético é também um condicionamento econômico, pois não há atividade sem uso de energia.

O sistema produtivo, parte integrante do processo de produção, utiliza fatores de produção como matéria prima, energia entre outros. A matéria prima e a energia são extraídas da natureza. Além disso, cerca de 90% da energia atualmente empregada no processo de produção passam pela produção de calor, (OMAR CAMPOS FERREIRA, UFMG). Nesse sentido, vemos na Figura 4, a representação do sistema produtivo de forma simplificada, utilizado na Economia de produção.

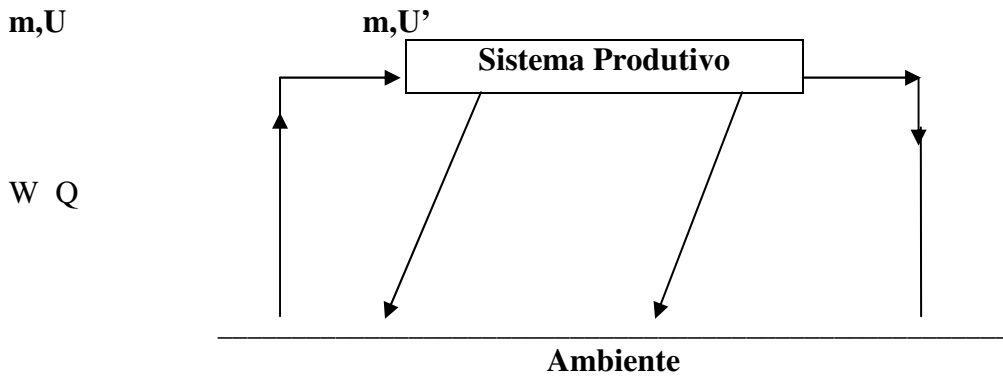


Figura 4: Representação do sistema produtivo.

As variáveis m e U representam, respectivamente, a massa do fator de produção ou recursos e a energia entrando no sistema.

Na saída do sistema, além de W , que representa o trabalho efetuado pelo sistema para extrair, movimentar, beneficiar e separar a matéria prima nos diversos estágios da produção, temos Q , a quantidade de calor rejeitada pelo sistema para o ambiente, como também a massa m dos fatores de produção ou recursos naturais e a energia U' .

De acordo com as leis da termodinâmica, no diagrama do sistema produtivo representado na Figura 4, a energia se conserva e o que se gasta é a energia disponível; assim, à medida que ocorre a produção, ocorre também a diminuição da disponibilidade de energia, de acordo com a segunda lei da termodinâmica ou Lei da Entropia, aplicada a economia, em particular, ao sistema produtivo.

Um exemplo concreto dessa análise é a transformação dos recursos naturais, matéria prima utilizada na produção industrial de bens de consumo e serviços.

Movimentar matéria prima, assim como distribuir o produto da produção, requer realização de trabalho e como sabemos, obter este trabalho é utilizar maquinotérmica, ou seja, conversor de energia. Assim sendo, em tais transformações, o sistema produtivo, em particular, motor a combustão interna, além de liberar energia na forma de trabalho para movimentar a matéria prima, como também distribuir o produto da produção, libera energia

na forma de calor para o ambiente, ou seja, diminuição da disponibilidade de energia. Além disso, ocorre também a perda de combustível, energia, durante a operação.

De fato a termodinâmica na economia, em particular, Economia de Produção, permite verificar a influência do fator de produção energia no produto da produção. Além disso, podemos conseqüentemente verificar sua influência em indicadores macroeconômicos como, por exemplo, no PIB da economia de um país industrializado, uma vez que este depende implicitamente da sua utilização.

5.2 – Breve análise do PIB e da taxa de câmbio no período de – 1999 a 2007

Como já foi dito anteriormente, o câmbio ou a taxa de cambio é um importante parâmetro para o andamento da economia do país.

O PIB, por sua vez, é um dos indicadores econômicos mais utilizados na macroeconomia, pois tem como objetivo medir a atividade econômica, capacidade produtiva, do país, região, estado ou município. Além disso, destacamos também a dificuldade encontrada na obtenção de dados em sequência do PIB de Feira de Santana.

5.2.1 - Comportamento das variações anuais da taxa de câmbio nominal

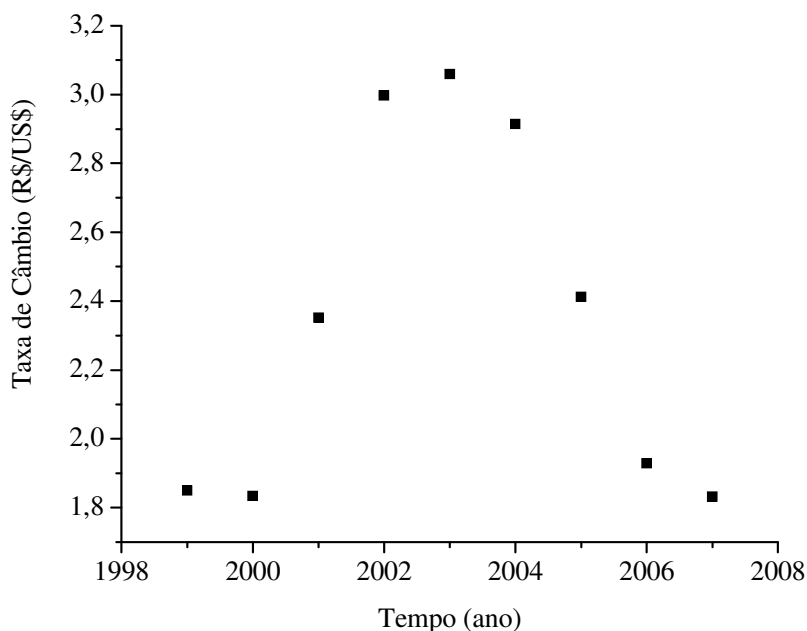


Gráfico 2: Comportamento médio anual da taxa de câmbio – 1999 a 2007
Fonte de Dados: IPEDATA

Podemos observar Gráfico 2 que no período compreendido entre 1999 a 2003 se paga mais quantidade de moeda nacional em relação ao dólar, de modo que a taxa de câmbio, ou câmbio está depreciado.

No período compreendido entre 2003 a 2007 se paga menos quantidade de moeda nacional em relação à moeda estrangeira. Isso significa que, assim como o câmbio está apreciado, a taxa de câmbio também está.

Utilizando o programa *Origin 6.1*, obtemos a seguinte regressão linear estimada, para o conjunto de pontos assinalados no Gráfico (2)

$$\hat{q}_s = -46,0798 + 0,0242t_s, R^2 = 0,0175, \quad (34)$$

(137,3798) (0,6859) (erros)

onde, quanto mais próximo de 1 estiver R^2 maior será a capacidade de previsão do nosso modelo. Além disso, utilizando a equação (17) temos a seguir a tabela com os resíduos de mínimos quadrados (e_s).

Tabela 1: Resíduos de mínimos quadrados

Observações	(\hat{e}_s)
1	- 0,4460
2	- 0,4862
3	- 0,0194
4	0,6294
5	0,6294
6	0,5440
7	- 0,0292
8	- 0,2984
9	- 0,5606

Na Tabela 1, podemos observar uma tendência de resíduos negativos sucederem a resíduos negativos, e resíduos positivos sucederem a resíduos positivos. Desta maneira, os erros são autocorrelacionados.

Feito isso, utilizamos a equação (30) e estimamos o parâmetro ρ , cujo valor é: $\rho = 0,6323$. Nosso próximo passo consiste em obter as transformadas para o conjunto de dados

assinalados no Gráfico 2, já que estamos lidando com erros correlacionadas. Assim, utilizando as equações (26.4, 26.5, 26.6 e 23.10) temos a seguinte tabela com as observações anuais da taxa de câmbio, transformadas e não transformadas.

Tabela 2: Transformadas e não transformadas da taxa de câmbio nominal

Observações	$t_{s1}^* t_s t_{s2}^*$	$q_s q_s^*$			
1	0,775	1999	1549,23	1,850	1,434
2	0,368	2000	736,03	1,834	0,664
3	0,368	2001	736,40	2,325	1,165
4	0,368	2002	736,77	2,998	1,528
5	0,368	2003	737,14	3,059	1,163
6	0,368	2004	737,50	2,961	1,027
7	0,368	2005	737,87	2,412	0,540
8	0,368	2006	738,24	2,167	0,642
9	0,368	2007	738,61	1,929	0,559

Por fim, iremos obter a lei de formação desta série temporal, utilizando a equação (32), onde teremos:

$$E(q_s^*) = E(\alpha) + E(\rho q_{s-1}^*) + E(v_s) \quad (35)$$

$$E(q_s^*) = \alpha + \rho E(q_{s-1}^*) + 0. \quad (35.1)$$

Sendo $E(q_s^*) = 0,9691$, $E(q_{s-1}^*) = 0,9110$ e $\rho = 0,6323$, obtemos o valor da constante α . Assim passamos a ter, uma equação, que possa nos dar os possíveis valores da taxa de câmbio esperada para o próximo período a partir dos períodos ou das observações anteriores, da seguinte forma:

$$q_s^* = 0,393 + 0,6323 q_{s-1}^* + v_s, \quad (36)$$

onde, q_s^* representa a taxa de câmbio transformada prevista para o período s , q_{s-1}^* representa a taxa de câmbio transformada verificada em $s-1$ e $v_s \sim N(0, \sigma^2)$. Além disso, é importante ressaltar que as observações ao longo tempo da taxa de câmbio seguem um passeio aleatório

(**random walks**) no curto prazo, o que corresponde uma série histórica equivalente a de uma semana, ou a de um mês. Entretanto, a longo prazo, ou seja, série histórica anual não segue um passeio aleatório (GOLDIN; HOLANDA, 2003).

5.2.2 Comportamento das variações anuais do PIB nacional à preços correntes

As variações anuais do PIB no período de 1999 a 2007 (Gráfico 3) registram um aumento de R\$ 634,9 bilhões de reais no período compreendido de 1999 a 2003. Já o aumento registrado no período de 2003 a 2007 foi de R\$ 961,4 bilhões de reais, o que representa um saldo positivo de R\$ 296, 5 bilhões de reais.

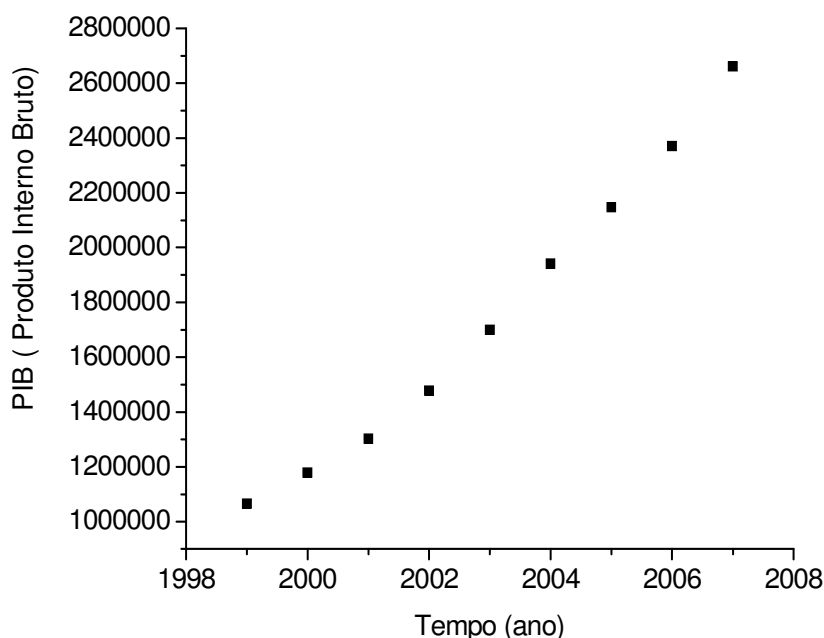


Gráfico 3: Comportamento do PIB nacional a preços correntes – 1999 a 2007

Fonte de dados: IBGE – Contas Nacionais Trimestrais; R\$ (1.000.000)

Em valores monetários, o PIB nacional cresceu de R\$ 1,1 trilhões em 1999, para R\$ 2,7 trilhões em 2007, o que corresponde a um aumento médio anual de R\$ 199,5 bilhões de reais.

O período que corresponde à depreciação da taxa de câmbio, Gráfico 2, é justamente o período em que o PIB, Gráfico 2, registra um menor aumento monetário, enquanto que no segundo período, Gráfico 3, o PIB registra um maior aumento, período este correspondendo a uma apreciação da taxa de câmbio.

Utilizando o programa *Origin 6.1*, obtemos a seguinte regressão linear estimada, para o conjunto de pontos assinalados no Gráfico (3)

$$\hat{PIB}_s = -4,0349 \cdot 10^8 + 2,0182 \cdot 10^5 t_s R^2 = 0,9856 \cdot (37)$$

(0,1849 \cdot 10^8) (0,0923 \cdot 10^5) (erros)

Utilizando a equação (17) temos a seguir a tabela com os resíduos de mínimos quadrados (e_s).

Tabela 2: Resíduos de mínimos quadrados

Observações	$(\hat{e}_s)10^6$
1	0,1168
2	0,0295
3	- 0,0497
4	- 0,0758
5	- 0,0555
6	- 0,0158
7	- 0,0119
8	0,0086
9	0,0896

Na Tabela 2, podemos observar resíduos positivos sucederem a resíduos positivos, em particular, primeira, segunda, oitava e nona observação, como também resíduos negativos sucederem a resíduos negativos. Desta maneira, os erros (\hat{e}_s) também se mostram correlacionados.

Com isso, podemos estimar o parâmetro ρ cujo valor é: $\rho = 0,5861$. Nosso próximo passo consiste em obter as transformadas para o conjunto de dados assinalados no Gráfico (3), já que estamos lidando com erros correlacionadas. Assim, utilizando as equações (26.4, 26.5, 26.6 e 23.10) temos a seguinte tabela com as observações anuais do PIB a preços correntes, transformadas e não transformadas.

Tabela 3: Transformadas e não transformadas do PIB a preços correntes

Observações	t_{s1}^*	$t_s t_{s2}^*$	PIB_s	PIB_s^*
1	0,810	1999	1.619,19	1.065.000862.650
2	0,414	2000	828,39	1.179.482 555.296
3	0,414	2001	828,80	1.302.136 610.842
4	0,414	2002	829,21	1.477.822 714.640
5	0,414	2003	829,63	1.699.948 833.797
6	0,414	2004	830,04	1.941.498 945.159
7	0,414	2005	830,46	2.147.239 1.009.327
8	0,414	2006	830,87	2.369.486 1.110.987
9	0,414	2007	831,28	2.661.344 1.275.589

Por fim, iremos obter a lei de formação desta série temporal, utilizando a equação (32), onde teremos

$$E(PIB_s^*) = E(\alpha) + E(\rho PIB_{s-1}^*) + E(v_s) \quad (38)$$

$$E(PIB_s^*) = \alpha + \rho E(PIB_{s-1}^*) + 0. \quad (38.1)$$

Sendo, $E(PIB_{s-1}^*) = 881.955$, $E(PIB_s^*) = 879.810$ e $\rho = 0,6323$, obtemos o valor da constante α . Assim passamos a ter, uma equação que possa nos dar os possíveis valores do Produto Interno Bruto nacional a preços correntes, esperado para o próximo período a partir dos períodos ou das observações anteriores, da seguinte forma:

$$PIB_s^* = 362.891 + 0,5861 PIB_{s-1}^* + (0, \sigma^2) \quad (39)$$

onde PIB_s^* representa a o Produto Interno Bruto transformado prevista para o período s , PIB_{s-1}^* representa o Produto Interno Bruto transformado verificado em $s-1$ e $v_s \sim N(0, \sigma^2)$.

5.3.1 – Comportamento das variações anuais do PIB do município de Feira de Santana à preços correntes

As variações anuais do PIB do município de Feira de Santana, no período compreendido entre 1999 a 2007 (Gráfico 5) apresentam um crescimento acumulado de R\$ 3,2 bilhões de reais, ao registrar, em 1999, o valor de R\$ 1,5 bilhões de reais e, em 2007, o valor de R\$ 4,7 bilhões de reais.

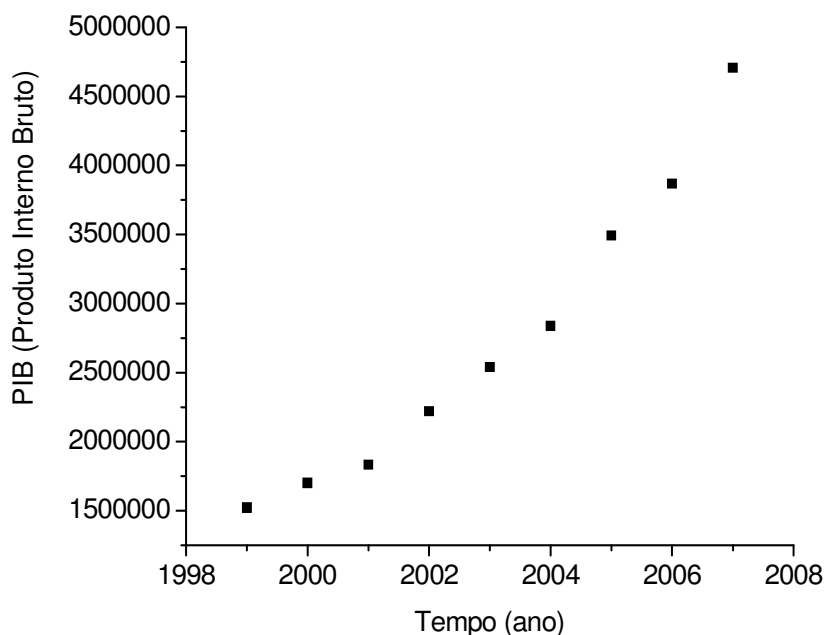


Gráfico 4: Comportamento do PIB a preços correntes do município de Feira de Santana.
Fonte de Dados: IBGEe Anuário Estatístico de Feira de Santana (2008, p.471)

No período compreendido entre 1999 a 2003, o PIB do município de Feira de Santana a preços correntes, registra um aumento de R\$ 1,1 bilhões de reais, enquanto que no período compreendido entre 2003 e 2007 o crescimento foi da ordem de 2,2 bilhões de reais, o que significa um crescimento anual médio de R\$ 4 milhões de reais.

Na comparação do Gráfico 4 com o Gráfico 2, o período de maior crescimento do PIB é justamente o período em que o câmbio ou a taxa de câmbio está apreciado, enquanto que o período de menor crescimento do PIB corresponde a uma depreciação da taxa de câmbio.

Utilizando o programa *Origin 6.1*, obtemos a seguinte regressão linear estimada, para o conjunto de pontos assinalados no Gráfico 4

$$\hat{PIB}_s = -7,9227 \cdot 10^8 + 3,9689 \cdot 10^5 t_s R^2 = 0,9419. \quad (40)$$

$(0,7462 \cdot 10^8) \quad (0,3725 \cdot 10^5) \quad (\text{erros})$

Além disso, com a utilização da equação (17) temos a seguinte tabela com os resíduos de mínimos quadrados (e_i).

Tabela 3: Resíduos de mínimos quadrados

Observações	$(\hat{e}_s) \cdot 10^6$
1	0,3815
2	0,1476
3	- 0,1343
4	- 0,3431
5	- 0,1748
6	- 0,2675
7	0,0061
8	- 0,0239
9	0,4210

Na Tabela 3, podemos observar resíduos positivos sucederem a resíduos positivos, em particular, primeira e segunda observação como também resíduos negativos sucederem a resíduos negativos, exceto a sétima, oitava e nona observação. Desta maneira, os erros (\hat{e}_s) se mostram novamente correlacionados. Com isso, podemos estimar o parâmetro ρ cujo valor é: $\rho = 0,9133$. Nosso próximo passo consiste em obter as transformadas para o conjunto de dados assinalados no Gráfico (3), já que estamos lidando novamente com erros correlacionadas. Assim, utilizando as equações (26.4, 26.5, 26.6 e 26.10) temos a seguinte tabela com as observações anuais do Produto Interno Bruto do município de Feira de Santana a preços correntes, transformadas e não transformadas.

Tabela 2: Transformadas e não transformadas do PIB do município de Feira de Santana a preços correntes

	Observações $t_{s1}^* t_s t_{s2}^* PIB_s PIB_s^*$				
1	0,407	1999	813,59	1.494.585	608.296
2	0,087	2000	174,31	1.657.584	292.577
3	0,087	2001	174,40	1.772.638	258.766
4	0,087	2002	174,49	1.960.709	341.759
5	0,087	2003	174,57	2.525.920	735.204
6	0,087	2004	174,66	2.830.029	523.106
7	0,087	2005	174,75	3.500.550	915.885
8	0,087	2006	174,83	3.867.472	670.420
9	0,087	2007	174,92	4.709.239	1.177.077

Por fim, iremos obter a lei de formação desta série temporal, utilizando a equação (29), onde teremos:

$$E(PIB_s^*) = E(\alpha) + E(\rho PIB_{s-1}^*) + E(v_s) \quad (38)$$

$$E(PIB_s^*) = \alpha + \rho E(PIB_{s-1}^*) + 0. \quad (38.1)$$

Sendo $E(PIB_s^*) = 613.677$, $E(PIB_{s-1}^*) = 614.349$ e $\rho = 0,9133$, obtemos o valor da constante α . Assim passamos a ter, uma equação que possa nos dar os possíveis valores do Produto Interno Bruto nacional a preços correntes, esperado para o próximo período a partir dos períodos ou das observações anteriores, da seguinte forma:

$$PIB_s^* = 52.592 + 0,9133 PIB_{s-1}^* + v_s, \quad (39)$$

onde PIB_s^* representa a o Produto Interno Bruto do município de Feira de Santana transformado prevista para o período s , PIB_{s-1}^* representa o Produto Interno Bruto do município de Feira de Santana transformado verificado em $s-1$ e $v_i \sim N(0, \sigma^2)$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, podemos observar que a Física aplicada a Economia, ou seja, a Econofísica é uma área Supradisciplinar.

A utilização da Física, em particular a Termodinâmica na Economia de produção permite não somente realizar estudos como também o de tornar a produção de bens e serviços mais eficientes, ou seja, de como produzir uma maior quantidade ou talvez a mesma quantidade de bens com menores custos e/ou insumos.

Além disso, diante da breve análise do PIB em nível municipal e nacional, observamos que não somente o comportamento das variações anuais do PIB do município de Feira de Santana é semelhante ao comportamento das variações anuais do PIB brasileiro, como também o de que ambos apresentam maior crescimento acumulado no período em que a taxa de câmbio está apreciada. Podemos também concluir que, as variações anuais da taxa de câmbio e do PIB, são séries temporais estacionárias, muito embora o coeficiente de determinação R^2 obtido na estimação o modelo de regressão linear da taxa de câmbio tenha sido baixo, ao contrário do obtido na estimação do modelo de regressão linear do PIB.

O comportamento das variações anuais do saldo comercial brasileiro indica não somente superávit comercial ao longo de praticamente toda a série histórica, como também de um comportamento semelhante ao comportamento das variações anuais da taxa de câmbio real/dólar. Isso, de fato evidencia a relação entre a taxa de câmbio, as exportações e importações. Portanto, tais considerações servirão para futuros estudos acerca da relação entre taxa de câmbio e PIB, como também da possível contribuição do PIB do município de Feira de Santana no PIB nacional.

BIBLIOGRAFIA

A Física no mercado financeiro. Disponível em:

<http://cftc.cii.fc.ul.pt/PRISMA/capitulos/capitulo5/modulo8/topico4.php>. Acessado em: 21/08/2017

BALIAN, Roger. **From Microphysics to Macrophysics**, vol 1. London: Spinger-Verlag, 1982

CDL – Câmara dos Dirigentes Lojistas. **Anuário Estatístico de Feira de Santana**. Feira de Santana, 2008. v.2.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinâmica**. 5ª ed. São Paulo: McGraw – Hill, 2006.

EJAL Pereira, MF da Silva, HBB Pereira, **Physica A** 473, 2017

FARIAS, F. A. e MILTÃO, M.S.R. **Departamento de Física da UEFS: sua natureza, diretrizes e perspectivas sob a ótica das considerações teórico-filosóficas consubstanciadas no seu projeto de criação**. Sitientibus Série Ciências Físicas 01: 2-4 2005

FERREIRA, O. C. **Economia, entropia e desenvolvimento social**. Curso de Ciências e Técnicas Nucleares – UFMG.

GIBBS, Josiah Willard. **Elementary Principles in Statistical Mechanics**. New York: Charles Scribner's Sons, 1902.

HILL, R.C. et al. **Econometria**. 3 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

HUANG, Kerson. **Statistical Mechanics**. New York: John Wiley & Sons, 1987.

IBGE – Instituto brasileiro de geografia e estatística. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/pib/defaultcnt.shtm>. Acessado em: 16/04/2017.

IPEDATA – Instituto de pesquisa econômica aplicada. Disponível em: <http://www.ipeadata.gov.br/>. Acessado em: 11/04/2016.

- LANDSBERG, Peter T. **Thermodynamics and Statistical Mechanics**. New York: Dover Publications, 1990.
- MEDEIROS, Diego D.; FRANCHINI, Aline A. (2007). **A taxa de cambio e seus efeitos na balança comercial: O caso brasileiro no período 2003 – 2006**.
- MOCHON, Francisco. **Princípios de Economia**. São Paulo. Pearson Prentice Hall, 2007.
- MONTELLA, Maura. **Economia: passo a passo**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2007.
- NORTH, Daniel Warner. **The Invariance Approach to the Probabilistic Encoding of Information**. Menlo Park, California: Stanford Research Institute, March 1970.
- PASSOS. C.R.M.; OTTO. N. **Princípios de Economia**. 5ª ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.
- REIF, Federick. **Fundamentals of Statistical and Thermal Physics**. Auckland: McGraw-Hill International Editions, 1985.
- ROSSETTI, J.P. **Introdução à economia**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 1977.
- ROSSETTI, J.P. **Introdução à economia**. 17ª ed. São Paulo: Atlas, 1997.
- R. MANTEGNA, E.STANLEY, **An Introduction to Econophysics: Correlation and Complexity in Finance** (Cambridge University Press, Cambridge 1999).
- SANTOS. Denilton Salomão S. dos. **Econofísica: Uma breve introdução das aplicações da física em sistemas econômicos**. Trabalho Acadêmico de Final de Curso de Graduação, UEFS, 2009.
- SCHMIDT, F.W.; et al. **Introdução às ciências térmicas: Termodinâmica, Mecânica dos fluidos e Transferência de Calor**. São Paulo: E. Blucher, 2001.
- SCHULZ, Michael. **Statistical physics and economics: concepts, tools, and applications**. New York. Springer, 2003.
- WOOLDRIDGE, J. M. **Introdução à econometria: uma abordagem moderna**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.